



隨機漫步

假設有一隻蝸牛，在一數線上移動，設起始點為座標0，而每步向右移動一單位之機率為 a ，向左移動一單位之機率為 b ，且 $a+b=1$ 。又設此蝸牛持續在數線上左右移動，當移動到某一指定位置時便停止，試求所走步數之機率。例如到達座標3便停止，則在3步到達，所可能走的路徑僅有 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 這一種，其機率為 a^3 ；在5步到達，所可能走的路徑有三種： $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 、 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 及 $0 \rightarrow -1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ，其機率為 $3a^4b$ ，餘類推。底下分別給出前20步內移動至指定座標0至11所走步數的機率。至於若要求移動至座標為負整數所走步數的機率，先將負整數取絕對值後，其次把移至座標為該絕對值之所走步數的機率中， a 與 b 互換即可，例如5步移至座標-3之機率便是 $3b^4a$ 。

步 數

20	$9724a^{10}b^{10}$		$16796a^{11}b^9$		$25194a^{12}b^8$	
19		$4862a^{10}b^9$		$11934a^{11}b^8$		$13260a^{12}b^7$
18	$2860a^9b^9$		$4862a^{10}b^8$		$7072a^{11}b^7$	
17		$1430a^9b^8$		$3432a^{10}b^7$		$3640a^{11}b^6$
16	$858a^8b^8$		$1430a^9b^7$		$2002a^{10}b^6$	
15		$429a^8b^7$		$1001a^9b^6$		$1001a^{10}b^5$
14	$264a^7b^7$		$429a^8b^6$		$572a^9b^5$	
13		$132a^7b^6$		$297a^8b^5$		$275a^9b^4$
12	$84a^6b^6$		$132a^7b^5$		$165a^8b^4$	
11		$42a^6b^5$		$90a^7b^4$		$75a^8b^3$
10	$28a^5b^5$		$42a^6b^4$		$48a^7b^3$	
9		$14a^5b^4$		$28a^6b^3$		$20a^7b^2$
8	$10a^4b^4$		$14a^5b^3$		$14a^6b^2$	
7		$5a^4b^3$		$9a^5b^2$		$5a^6b$
6	$4a^3b^3$		$5a^4b^2$		$4a^5b$	
5		$2a^3b^2$		$3a^4b$		a^5
4	$2a^2b^2$		$2a^3b$		a^4	
3		a^2b		a^3		
2	$2ab$		a^2			
1		a				
	0	1	2	3	4	5

座

標



步 數

20	$23256a^{13}b^7$		$15504a^{14}b^6$		$7752a^{15}b^5$	
19		$9996a^{13}b^6$		$5508a^{14}b^5$		$2244a^{15}b^4$
18	$6188a^{12}b^6$		$3808a^{13}b^5$		$1700a^{14}b^4$	
17		$2548a^{12}b^5$		$1260a^{13}b^4$		$440a^{14}b^3$
16	$1638a^{11}b^5$		$910a^{12}b^4$		$350a^{13}b^3$	
15		$637a^{11}b^4$		$273a^{12}b^3$		$77a^{13}b^2$
14	$429a^{10}b^4$		$208a^{11}b^3$		$65a^{12}b^2$	
13		$154a^{10}b^3$		$54a^{11}b^2$		$11a^{12}b$
12	$110a^9b^3$		$44a^{10}b^2$		$10a^{11}b$	
11		$35a^9b^2$		$9a^{10}b$		a^{11}
10	$27a^8b^2$		$8a^9b$		a^{10}	
9		$7a^8b$		a^9		
8	$6a^7b$		a^8			
7		a^7				
6	a^6					
	6	7	8	9	10	11

座

標