

## 93 年度指定科目、學科能力測驗有關機率與統計之試題與解答

【93數甲，題組】使用圓球和球袋作機率實驗。球只有黑白兩色，袋中裝有兩顆球，因此只有三種可能情況：把雙白球稱為狀態1，一白球一黑球稱為狀態2，雙黑球稱為狀態3。對這袋球做如下操作：自袋中隨機移走一球後，再隨機移入一顆白球或黑球（移入白球或黑球的機率相等）。每次操作可能會改變袋中球的狀態。

1. (單選) 如果現在袋子內的球是一白一黑（即狀態2），請問經過一次操作後，袋中會變成兩顆黑球（狀態3）的機率是多少？

- (1)  $\frac{1}{4}$    (2)  $\frac{1}{3}$    (3)  $\frac{1}{2}$    (4)  $\frac{2}{3}$

把從狀態  $j$  經過一次操作後會變成狀態  $i$  的機率記為  $p_{ij}$ （例如上題的機率就是  $p_{32}$ ），由此構成一  $3 \times 3$  矩陣  $P$ 。

2. (多選) 針對矩陣  $P$ ，下列選項有哪些是正確的？

- (1) 矩陣  $P$  滿足  $p_{ij} = p_{ji}$ 。  
(2)  $P$  是轉移矩陣（即每行之和皆為1）。  
(3)  $P$  的行列式值為正。  
(4)  $p_{11} = p_{33}$ 。

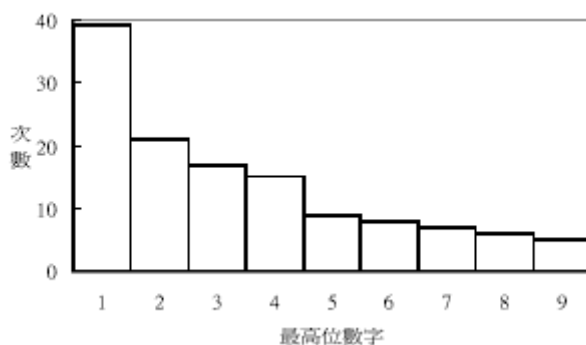
把矩陣  $P$  連續自乘  $k$  次後的矩陣記為  $p^k$ 。已知矩陣  $p^k$  中  $(i, j)$  位置的值，等於從狀態  $j$  經過  $k$  次操作後，變成狀態  $i$  的機率。

3. (多選) 針對多次操作，下列選項有哪些是正確的？

- (1) 從一白一黑（狀態2）開始，經過  $k$  次操作後，變成雙白（狀態1）的機率與變成雙黑（狀態3）的機率相等。  
(2) 從雙白（狀態1）開始，經過  $k$  次操作後，回到雙白（狀態1）的機率，比變成雙黑（狀態3）的機率高。  
(3) 從雙白（狀態1）開始，經過  $k$  次操作後，回到雙白（狀態1）的機率，會隨著次數  $k$  的增加而遞減。  
(4) 不論從哪種狀態開始，經過  $k$  次操作後，變成任何一種狀態的機率，會隨著  $k$  趨近於無窮大而趨近於  $\frac{1}{3}$ 。

解：1. (1)      2. (2)、(4)      3. (1)、(2)、(3)

【93數乙，單選】由電腦隨機選出 127 個正整數，取其最高位數字（如 35 為 3，110 為 1）所得之次數分佈如下圖。



若從這 127 個正整數中任取一個，則其最高位數字為  $d$  ( $d=1,2,\dots,9$ ) 的機率  $P$  最接近下列哪一選項？

- (1)  $P = \frac{1}{9}$  (2)  $P = \frac{1}{2} - \frac{1}{90}d$  (3)  $P = \frac{(d-5)^2}{60}$  (4)  $P = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^d$  (5)  $P = \log\left(1 + \frac{1}{d}\right)$

解：(5)

【93數乙，多選】某校要從高一的「忠、孝、仁、愛」四個班級中隨機選取一個班級進行數學抽測。考慮甲、乙兩種抽樣方法：甲方法是從四個班級的導師中隨機選取一人，被選中導師的班級為抽測班級；乙方法是從所有高一學生中隨機選取一名學生，被選中學生的班級為抽測班級。若各班人數都不相同，其中「愛」班人數最多。則下列敘述有哪些是正確的？

- (1) 甲方法中，每位高一學生被抽測的機率相等  
 (2) 乙方法中，每位高一學生被抽測的機率相等  
 (3) 甲方法中，四個班級被抽測的機率相等  
 (4) 乙方法中，四個班級被抽測的機率相等  
 (5) 「愛」班被抽測的機率，使用甲方法較使用乙方法高

解：(1)、(3)

【93數乙，填充】啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男、女生均至少要有 2 人。某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽。若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則\_\_\_\_\_共有種不同的組隊方法。

解：161

【93數乙，填充】阿貴和阿美及其他 8 名同學共 10 名學生輪到本周擔任值日生。本周 5 個上課日每天從尚未當過的同學中抽籤選出 2 位輪值。則阿貴和阿美同一天擔任值日生的機率為\_\_\_\_\_。(以最簡分數表示)

解：1/9

【93學測，多選】從 1,2,...,10 這十個數中隨意取兩個，以  $p$  表示其和為偶數之機率， $q$  表示其和為奇數之機率。試問下列哪些敘述是正確的？

- (1)  $p+q=1$  (2)  $p=q$  (3)  $|p-q| \leq \frac{1}{10}$  (4)  $|p-q| \geq \frac{1}{20}$  (5)  $p \geq \frac{1}{2}$

解：(1)、(4)

【93學測，填充】某數學老師計算學期成績的公式如下：五次平時考中取較好的三次之平均值佔30%，兩次期中考各佔20%，期末考佔30%。某生平時考成績分別為68、82、70、73、85，期中考成績分別為86、79，期末考成績為90，則該生學期成績為\_\_\_\_\_。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入)

解：84

【93學測，填充】某電視台舉辦抽獎遊戲，現場準備的抽獎箱裡放置了四個分別標有1000、800、600、0元獎額的球。參加者自行從抽獎箱裡摸取一球(取後即放回)，主辦單位即贈送與此球上數字等額的獎金，並規定抽取到0元的人可以再摸一次，但是所得獎金折半(若再摸到0就沒有第三次機會)；則一個參加者可得獎金的期望值是\_\_\_\_\_元。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入)

解：675