在誤差範圍內

黃文璋
國立高雄大學應用數學系

選舉快到了，媒體不時公佈各候選人的民調結果，有時還指出兩候選人支持率的差異在誤差範圍內，看起來很科學，實際情況如何？

人們常在估計，像是想估計某銅板出現正面的機率 p。一個簡單的估計法就是反覆投擲，n 次後若得到 X 個正面，便以 X/n 來估計 p。這是所謂點估計，即以一個點來估計某一未知的量。因 p 總是很難剛好等於 X/n，有時會想知道 p 究竟落在那個範圍內？給個範圍好像更安心，或說對此估計更有信心。這時便可考慮採用區間估計。例如，給一個以 X/n 為中心，半徑為 d 之區間，也就是$(X/n - d, X/n + d)$，且附上 p 落在此區間之機率。這區間便是 p 之信賴區間，伴隨的機率則稱為信心水準(常以百分比表示)，而 d 就是估計誤差，或稱抽樣誤差，或只說誤差。

這一套步驟說來容易，實際操作卻有些困難。假設各次投擲為相互獨立，則 n 次後得的正面數 X，有參數是 n 及 p 的二項分佈，而 X 落在某區間之機率為一串和，並不易化簡。尤其為了讓估計更精準些，通常 n 會取得較大，此時那一串和就更複雜了。在給定一信心水準下，利用著名的中央極限定理，以常態分佈來近似二項分佈，可求出 p 之一近似的信賴區間。中間用到幾道近似，得到的誤差 d 當然也就是近似

的。

想估計候選人的支持率，便可利用上述想法。只是以隨機抽取選民，問其意見，來取代投擲銅板，看出現那一面。一般在做民調時，信心水準通常取成 95%，抽樣誤差 d 則設定為 3%，換算出成功訪問的樣本數 n 約為 1,068。實際調查後，n 不一定剛好是 1,068，由所得到的 n，可換算出近似的抽樣誤差 $d=1.96/(2\sqrt{n})$。若 n 大於 1,068，抽樣誤差便小於 3%，否則大於 3%。例如，某次民調結果，n=1,000，則 d 約為 3.1%。又假設兩候選人的支持率分別為 36.3%及 39.8%，因此支持率的信賴區間分別約為(33.2%, 39.4%)及(36.7%, 42.9%)。兩候選人的支持率雖有 3.5%的差異，看起來不小，但因信賴區間的長度達 6.2%，導致兩信賴區間有重疊，遂說兩候選人支持率的差異在誤差範圍內。換句話說，因有誤差的關係，即使表面上領先，但究竟那一位真的領先，仍屬未定之天。

換一情境，要估計一袋子中，紅球所占比率。將袋中的球攪拌均勻，隨機取 1 個，看是否為紅球，然後放回，重複此步驟 n 次，則利用前述方法估計紅球比率，及給出信賴區間，大致也可行。雖然若袋子中球數過多，則要將球攪拌均勻，可能得花點功夫。但以民調來得到候選人的支持率，與經由投擲或隨機取球，來估計銅板出現正面的機率，或紅球比率，仍有極大的差別。首先，銅板可反覆讓人投擲，球反覆取出後放回也沒問題，所以各樣本可假設相互獨立，因此 n 次投擲或取樣後，得到幾個成功(正面或紅球)，假設有二項

分佈算是合理。但做民調時的取樣，乃屬於取出後不放回。因要讓人願意回答問卷都不容易了，總不能告訴受訪者你又被抽中了。但取出後不放回，各樣本間便不獨立，此時成功數有超幾何分佈，而不再是二項分佈。若要利用中央極限定理來近似，便又產生一項誤差，也就是更不準確了。不僅於此，人可不像銅板或球，那一面或什麼顏色相當清楚。人會拒訪、不見得會誠實回答問題，且會改變看法。由於上述這些原因，民調公佈的結果，所謂在誤差範圍內，或誤差範圍外，可不能過分相信。那民調無用嗎？也不是這樣，若從問卷設計開始，整個調查的流程都很客觀，則得到的結果便具參考價值，否則誤差將遠超過你以為的範圍。(103.3.28)