迴歸效應

黃文璋

國立高雄大學應用數學系、統計學研究所

去年 7 月底，在一次聚會中，有位在某大學任教的朋友，提到他曾建議一位學測考了 74 級分的高中生，放棄申請及推甄，背水一戰拼 7 月初的指考。學測都能考到接近滿分 75 級分了，再考一次，應會更好些，那就可以進較想進的校系，朋友這樣認為。結果卻不如預期，因此當初能進的校系，如今反而進不去了。早知如此，就不必多此一舉了，朋友有點懊惱地說。在已考高分的情況下，下次的表現往往會略差，統計中稱此為迴歸效應(regression effect)。所以，那位高材生指考成績退步，乃符合預期，我這樣跟朋友說。

是上天有心做一些平衡嗎？或者想挫挫考高分者之銳氣？倒也非如此。我們先以父子身高來說明迴歸效應產生的原因。假設某國 60 歲男子身高最高的達 240 公分。若這些長人，他們兒子的平均身高亦為 240 公分，因不致於全部下一代都一般高，故其中必有比 240 公分還矮者，也會有比 240 公分還高者。如此一代超越一代，該國的身高紀錄，將不斷提高，但實際情況，顯然並非如此。故身高 240 公分的那群父親，其兒子的平均身高，不要說多於 240 公分，比較可能少於 240 公分。反過來，身高最矮的那群父親，其兒子的平均身高，也很可能會比其父親增加些。

回到考試的情況。為什麼人們會擔心一試定終身？因考試成績乃真實程度加上誤差之呈現，其中誤差因機運而生，就是難以避免。但不見得每個人都適合考第二次。第一次考高分者，運氣大抵不會壞。則第二次考試，就不容易在好運之上再有好運。例如，假設學測能考兩次。則第一次考 74 級分的人，往上只有 1 級分的成長空間，要提高相當不易。而第一次只考 10 級分的人，第二次又能怎樣往下掉呢？上升還較可能。有些老師處罰考試成績不佳的學生，但對考得好的學生，卻連口頭讚美也沒有。因經驗告訴他們，經處罰後，原先考得較差的，有不少下次的確有些進步。而原先考得較好者，卻常有不少下次反而退步了。若當初還獎勵考得較好者，不是會讓他們更加鬆懈，退步更多？因此那些老師對教不嚴師之惰的古訓，一直深信不疑。你現在知道了，對考高分與低分者，之後成績的進步與退步，很可能只是迴歸效應而已，不見得是老師嚴厲的作法奏效。

迴歸一詞，乃十九世紀，英國著名的統計學家高頓，為了描述父親身高與兒子身高二變數間的關係所引進。也因此產生迴歸分析此一現今常用的統計方法。高頓發現個子較高的父親，兒子有較高的傾向，至於較矮的父親，兒子也有較矮的傾向。這當然不是什麼了不起的發現，僅是遺傳而已。但他亦觀察到，較高的父親，兒子往往比父親稍矮一點，而較矮的父親，兒子卻常比父親略高些。高頓稱此現象為向平均迴歸(regression toward the mean)，也就是靠向平均。regression 一詞即有後退或退化的意思。在高頓所獲得的 1,078 對父子的身高數據中，父親的平均身高約為 68 英寸，

兒子則約為 69 英寸，高了 1 英寸。因此對一個 72 英寸高的父親，人們可能會估計其兒子高 73 英寸，而對一個 64 英寸高的父親，可能會估計其兒子高 65 英寸。事實上分別為 71 英寸及 67 英寸，皆向平均值 69 英寸靠近。

宇宙的運轉，有必然性及隨機性。必然性使人願意努力，隨機性使人對未來充滿盼望。諸如兩次測驗成績，及兩代的各種表現等，常有迴歸效應。在智商及遺傳等必然性之外，增添了隨機性。