

九十九學年度第二學期 微積分 測驗二

考試日期及時間：100年5月19日 8:05–9:55 教師：黃文璋

1-2題各8分，3-9題12分，該有的步驟須附上。

1. 試求 $f(x) = \log x$ 之圖形下，與 x 軸間由 $x = 1$ 至 $x = 4$ 之區域，繞 x 軸旋轉所得立體之體積。

2. 試證 $\sum_{n=2}^{\infty} \log(1 - 1/n^2)$ 收斂，並求其和。

3-6題判斷級數之斂散性。

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^{\log n}}$ 。

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!n^n}{(2n)!}$ 。

5. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \log n (\log \log n)^s}$, $s \in R$ 。

6. $\sum_{i=2}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{(\log i)^3}{i}$ 。

7. 試判斷 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\tan x}} dx$ 之斂散性。

8. 求常數 c ，使下述積分收斂，並求此時之積分值：

$$\int_2^{\infty} \left(\frac{cx}{x^2 + 1} - \frac{1}{2x + 1} \right) dx.$$

9. 利用 $\int_0^{\infty} e^{-x^2/2} dx = \sqrt{\pi/2}$ ，試求 $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-2x^2} dx$ 。