

九十八學年度第一學期 隨機過程 測驗二

考試日期: 99年1月13日 10:10-12:00

教師: 黃文璋

第1-4題各15分, 5、6題各20分, 須附上適當的步驟。

1. 機器當電源暴衝(power surge)便立即當機, 且這是唯一會當機的時刻。電源暴衝的時刻, 構成一參數 λ 之Poisson過程。機器只有修護人員才能修理, 修護人員抵達機器的時刻, 構成一參數 μ 之Poisson過程。此二過程設為獨立。修護人員抵達時, 若機器是好的, 則他立即離開, 否則便修理機器, 假設修理時間可以忽略。又設在時間 $t = 0$, 機器正在運轉。令 N 表自時間0開始, 第100次修護人員抵達, 總共修理機器的次數。試求 $E(N)$, $\text{Var}(N)$, 及 $E(N^2)$ 。
2. 令 $0 < T_1 < T_2 < \dots$ 表一參數 λ 之Poisson過程的到達時刻。又令 $N = \inf\{k|k > 1, T_k - T_{k-1} > T_1\}$ 。試求 $E(N)$ 及 $E(T_N - T_{N-1})$ 。
3. 設有一台機器, 由運轉至下次壞的時間有指數分佈, 期望值為10。且壞掉便立即修護, 修護時間固定為1小時。修好後機器運轉經同樣分佈的一段時間壞掉, 如此周而復始。假設此系統已進行了無限久。試求
 - (i) 機器下兩小時皆為運轉狀態之機率;
 - (ii) 至下次壞掉所需時間之期望值。
4. 設有 m 台機器獨立地運轉。每台運轉經一 $\mathcal{E}(\lambda)$ 分佈的時間後壞掉, 經一 $\mathcal{E}(\mu)$ 分佈的時間修復, 又立即開始運轉。如此周而復始。設於時間 $t = 0$, m 台機器皆在運轉。試求在時間 t , m 台皆在運轉之機率。
5. 設 $\{N(t), t \geq 0\}$ 為一參數 λ 之Poisson過程。試求總壽命 β_t 之分佈。
6. 設 $\{N(t), t \geq 0\}$ 為一更新過程, 且 $\mu = E(X_1) < \infty$, 其中 $\{X_n, n \geq 1\}$ 表到達間距。設對某固定正整數 n , $E(\gamma_t | N(t) = n) = C$, $\forall t > 0$, 只要 $P(N(t) = n) > 0$, 其中 γ_t 為剩餘壽命, $C > 0$ 為一常數。試證 $C = \mu$, 且 $\{N(t), t \geq 0\}$ 為一Poisson過程, 並給出參數。