

九十七學年度第二學期 數理統計（二） 測驗二

考試日期及時間：98年6月18日10:10–12:00 教師：黃文璋

1-2題各10分，3-6題各20分。須附上適當的步驟。

1. 欲進行某項民調，在99%的信心水準下，抽樣誤差要在正負2%之內，則樣本數要有多少？
2. 欲檢定 $H_0 : A, B, C, D$ 四個不同的城市，買菜的地方無差異，而收集到下述數據：

地方\城市	A	B	C	D
傳統市場	219	200	181	180
超級市場	39	52	89	60
其他	42	48	30	60

試在 $\alpha = 0.05$ 之下，做一檢定。

3. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 p.d.f. $f(x) = e^{-(x-\theta)}$, $x > \theta$, 所產生之隨機樣本，其中 $\theta \in R$ 。試證
 - (i) $T = 2n(X_{(1)} - \theta) \sim \chi^2_2$;
 - (ii) $[X_{(1)} - b/(2n), X_{(1)} - a/(2n)]$ 型式之區間， $a < b$ ，可當做基於 T, θ 之 $1 - \alpha$ 信賴區間；
 - (iii) (ii) 中信賴區間長度最短的為 $[X_{(1)} - \chi^2_{1-\alpha, 2}/(2n), X_{(1)}]$ 。
4. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $\mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$ 分佈所產生之隨機樣本， σ^2 設為已知。欲檢定 $H_0 : \theta = \theta_0$, vs. $H_a : \theta \neq \theta_0$ 。試問 UMP 檢定是否存在？若存在則給出，若不存在則證明之。
5. 設有 p.d.f.

$$f(x|\theta) = \frac{e^{x-\theta}}{(1+e^{x-\theta})^2}, -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < \infty.$$
 - (i) 試證分佈族 $\{f(x|\theta), \theta \in R\}$ 有 MLR；
 - (ii) 基於一個觀測值 X ，欲檢定 $H_0 : \theta = 0$, vs. $H_a : \theta = 1$ ，試求 $-\alpha$ 下之 MP 檢定；
 - (iii) 欲檢定 $H_0 : \theta \leq 0$, vs. $H_a : \theta > 0$ ，試證 (ii) 中所得之檢定，為 $-\alpha$ 下之 UMP 檢定。
6. 量測美國職業棒球隊使用的60個棒球重量(單位為盎斯(ounce))，得到下述數據：

5.07	5.08	5.08	5.09	5.09	5.09	5.09	5.1	5.12	5.13
5.13	5.16	5.16	5.17	5.17	5.17	5.17	5.18	5.18	5.18
5.19	5.19	5.21	5.22	5.22	5.23	5.23	5.23	5.24	5.24
5.24	5.24	5.24	5.24	5.24	5.24	5.25	5.25	5.25	5.26
5.26	5.26	5.26	5.26	5.26	5.26	5.26	5.27	5.27	5.27
5.27	5.27	5.27	5.27	5.28	5.28	5.28	5.28	5.28	5.29

- (i) 試在 $\alpha = 0.05$ 之下，檢定 $H_0 : x_{0.50} = 5.20$, vs. $H_a : x_{0.50} > 5.20$;
- (ii) 試給一重量之中位數 m 之 90% 信賴區間；
- (iii) 試給一重量之 0.25 分位數 $x_{0.25}$ 之 95% 下信賴界。