

九十七學年度第二學期 數理統計(二) 測驗一

考試時間: 98年4月16日 10:10-12:00

教師: 黃文璋

第1-2題各10分，第3-6題各20分，須附上適當的步驟。

1. 設 X 有 $\mathcal{B}(10, \theta)$ 分佈， $\theta \in \Omega = \{1/4, 1/2\}$ 。基於 X ，欲檢定 $H_0 : \theta = 1/2$, vs. $H_a : \theta = 1/4$ 。拒絕域取為 $\{X \leq 3\}$ 。試求此檢定之檢力函數。
2. 投擲一公正的銅板 $100n$ 次，其中 n 為一正整數，得到投擲數之 52% 個正面。令 p 表銅板出現正面之機率。欲檢定 $H_0 : p = 0.5$, vs. $H_a : p \neq 0.5$, 取 $\alpha = 0.01$ 。利用常態近似，並採連續的更正，求最小的 n ，使能拒絕 H_0 。
3. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $\mathcal{U}(0, \theta)$ 分佈所產生之隨機樣本。欲檢定 $H_0 : \theta \leq \theta_0$, vs. $H_a : \theta > \theta_0$ 。取拒絕域為 $\{X_{(n)} \geq c\}$ 。
 - (i) 試求檢力函數 $K(\theta)$ ，並證明此為 θ 之一增函數；
 - (ii) 設 $\theta_0 = 1/2$ ，試求 c 之值，使顯著水準為 0.05；
 - (iii) 試決定 n 要多大，使得對 (ii) 中之檢定， $K(0.75) = 0.98$ ；
 - (iv) 設 $n = 20$ ，且 $X_{(n)} = 0.48$ ，試求此時之 p -值。
4. 分別對 9 位男學生及 9 位女學生作某項測驗，男生之成績為 88, 68, 77, 82, 63, 80, 78, 71, 72，女生之成績為 73, 77, 67, 74, 74, 64, 71, 71, 72。假設男生、女生的成績分別可視為由變異數 σ_1^2, σ_2^2 之常態分佈所產生之隨機樣本，且兩組樣本假設為獨立。欲檢定 $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, vs. $H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ 。試在 $\alpha = 0.05$ 之下，作一檢定。
5. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $\mathcal{U}[0, \theta]$ 分佈所產生之隨機樣本。欲檢定 $H_0 : \theta = \theta_0$, vs. $H_a : \theta \neq \theta_0$ 。試給一 α 下之 LRT。
6. 設隨機變數 X 之 p.d.f. 為 $f(x|\theta)$, $\theta \in \Omega = \{\theta_0, \theta_1\}$ ，又設 $f(x|\theta)$ 如下表

$\theta \setminus x$	0	1	2	3	4
θ_0	0.15	0.2	0.2	0.15	0.3
θ_1	0.3	0.2	0.18	0.16	0.16

基於 X ，欲檢定 $H_0 : \theta = \theta_0$, vs. $H_a : \theta = \theta_1$ 。試分別給出 $\alpha = 0.15, 0.2, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45$ 及 0.5 下之 MP 檢定。