

# 九十七學年度第一學期 數理統計（一） 測驗一

考試日期及時間：97年11月10日 10:10–12:00 教師：黃文璋

每題20分。須附上適當的步驟。

1. 設  $X_1, \dots, X_n$  為一組由  $\mathcal{N}(\sigma, \sigma^2)$  分佈所產生之隨機樣本,  $\sigma > 0$ 。試求  $\sigma$  之一最小充分統計量。
2. 設  $X_1, \dots, X_n$  為一組由 p.d.f.  $f(x|\theta) = c\theta^2/x^3$ ,  $x \in [\theta, \infty)$ , 所產生之隨機樣本,  $\theta > 0$ , 其中  $c > 0$  為一常數。試求 (i)  $c$ , (ii)  $X$  之中位數  $a$ , (iii)  $\theta$  之 MLE  $\hat{\theta}_1$ , (iv)  $a^2$  之 MLE  $\hat{\theta}_2$ 。
3. 設  $X_1, \dots, X_n$  為一組由在  $S$  上均勻分佈所產生之隨機樣本,  $S = [-4, -1] \cup [0, 2\theta]$ ,  $\theta \geq 0$ 。試求 (i)  $X$  之 p.d.f., (ii)  $X$  之期望值  $a$ , (iii)  $\theta$  之動差估計量  $\hat{\theta}_1$ , (iv)  $\theta$  之 MLE  $\hat{\theta}_2$ , (v)  $\theta$  之 MLE  $\hat{\theta}_3$ , 若只知道非負的  $X_i$ 's 之個數  $T$ 。
4. 設  $X$  之 p.d.f. 為  $f(1|\theta) = 1/8$ ,  $f(2|\theta) = 3/8$ ,  $f(3|\theta) = f(4|\theta) = (1 + \theta)/8$ ,  $f(5|\theta) = f(6|\theta) = (1 - \theta)/8$ ,  $\theta \in [0, 1]$ , 試求
  - (i)  $\theta$  之一最小充分統計量  $T$ ,
  - (ii)  $\theta$  之 MLE  $\hat{\theta}_1$ ,
  - (iii) 一為  $T$  之函數的 MLE  $\hat{\theta}_2$ ,
  - (iv)  $\theta$  之動差估計量  $\hat{\theta}_3$ , 基於由前述 p.d.f. 所產生之一組隨機樣本  $X_1, \dots, X_n$ 。
5. 設  $X$  有  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  分佈, 且設  $\mu$  之事前分佈為  $\mathcal{N}(\theta, \tau^2)$ , 其中  $\sigma > 0, \tau > 0, \theta \in R$ , 皆設為已知。試求  $\mu$  之貝式估計量。