

九十六學年度第二學期 機率與統計 測驗三

考試日期及時間：97年6月13日18:10–19:50 教師：黃文璋

第1-4題各15分，第5-6題各20分。須附上適當的步驟。

1. 某航空公司之某航班有200個座位，但有215位預訂。假設每位預訂者相互獨立地有0.9的機率會按時搭乘。試估計該航班會恰有5位乘客無法搭乘之機率。
2. 設 X_1, X_2, X_3 為獨立的隨機變數，且 X_i 有 $\mathcal{N}(i, i^2)$ 分佈， $i = 1, 2, 3$ 。試利用 X_1, X_2, X_3 的函數，分別造出有如下的分佈。
(i) χ_3^2 , (ii) \mathcal{T}_2 , (iii) $\mathcal{F}_{1,2}$ 。
3. 設 X 有 $\mathcal{F}_{n,m}$ 分佈。試證 $(n/m)X/(1 + (n/m)X)$ 有 $\mathcal{Be}(n/2, m/2)$ 分佈。
4. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $\mathcal{E}(\lambda)$ 分佈所產生之隨機樣本。試證 $nX_{(1)}$ 與 X 有相同的分佈。
5. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $\Gamma(\alpha, \beta)$ 分佈所產生之隨機樣本。令 \bar{X}_n, S_n^2 分別表樣本平均及樣本變異數。試證
(i) $E(X_1^k) = (\alpha + k - 1) \cdots (\alpha + 1)\alpha\beta^k, k \geq 1$;
(ii) $S_n^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2/(n-1) - (n/(n-1))\bar{X}_n^2, n \geq 2$;
(iii) $E(\bar{X}_n^k) = (n\alpha + k - 1) \cdots (n\alpha + 1)n\alpha\beta^k/n^k, k \geq 1$;
(iv) $E(S_n^2) = \alpha\beta^2, n \geq 0$ 。
6. 設 X, Y 為二獨立的隨機變數，且皆有 $\mathcal{N}(0, 1)$ 分佈。又令 $Z = \min\{X, Y\}$ 。試證 Z^2 有 χ_1^2 分佈，即 $Z^2 \stackrel{d}{=} X^2$ 。