

九十六學年度第二學期 機率與統計 測驗一

考試日期及時間：97年3月31日 10:10–12:00 教師：黃文璋

每題20分。須附上適當的步驟。

1. 設 $R > 0$, 且 R^2 有 χ_2^2 分佈。又設 θ 與 R 獨立, 且有 $\mathcal{U}(0, 2\pi)$ 分佈。令 $X = R \cos \theta$ 。
(i) 試求 X 之 p.d.f., (ii) 指出 X 有那一常見分佈。
2. 設 X 與 Y 獨立, 且皆有 p.d.f. $f(x) = 1/x^2$, $x > 1$ 。令 $U = X/Y$ 。(i) 試求 U 之 p.d.f. f_U , (ii) 驗證 f_U 為一 p.d.f.。
3. 設 X 與 Y 獨立, 且分別有 $\Gamma(p, \lambda)$ 及 $\Gamma(q, \mu)$ 分佈。令 $X_1 = X^{1/\beta}$, $Y_1 = Y^{1/\beta}$, $\beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $U = X_1/Y_1$ 。
(i) 試求 X_1 及 Y_1 之 p.d.f.。
(ii) 試求 U 之 p.d.f. f_U 。
(iii) 當 $\beta = 1$, $\mu = \lambda$, 由 (ii) 紿出此時之 f_U 。
(iv) 驗證 (iii) 中之 f_U 為一 p.d.f.。
4. 設 $Y|p$ 有 $B(n, p)$ 分佈, p 有 $\mathcal{B}e(\alpha, \beta)$ 分佈。(i) 試求 Y 之非條件分佈, (ii) 試求 $E(Y)$,
(iii) 試求 $Var(Y)$, (iv) 設 $n = 1$, 指出此時 Y 有何分佈。
5. 設 X, Y 之聯合 p.d.f. 為 $f(x, y) = 24xy$, $x, y \geq 0$, $x + y \leq 1$ 。試求 (i) $Cov(X, Y)$,
(ii) $\rho(X, Y)$, (iii) $Cov(2X + 3Y, X - 2Y)$, (iv) $E(Y|X = x)$ 。