

# 九十六學年度第一學期 機率與統計 測驗三

考試日期及時間：97年1月14日 10:10–12:00 教師：黃文璋

每題20分。

1. 設  $X$  與  $Y$  獨立，且皆有  $\mathcal{N}(0, 1)$  分佈。試求

- (i)  $2X$  之分佈。
- (ii)  $1 + 2X + 3Y$  之分佈。
- (iii)  $P(X^2 + Y^2 < 1)$ 。
- (iv)  $P(X < \lambda Y)$ , 其中  $\lambda \in R$  為一常數。

2. 設  $X, Y$  之聯合p.d.f. 為  $f(x, y) = ye^{-xy-y}$ ,  $x, y > 0$ 。

- (i) 試檢驗  $X$  與  $Y$  是否獨立。
- (ii) 試求  $f_{Y|X}(y|x)$ ,  $x > 0$ 。
- (iii) 試求  $E(Y|x)$ 。
- (iv) 試求  $Var(Y|x)$ 。
- (v) 試求  $P(XY > 1)$ 。

3. 設  $X, Y$  之聯合p.d.f. 為  $f(x, y) = 2e^{-x-y}$ ,  $0 < x < y < \infty$ 。

- (i) 試驗證  $f$  確為一p.d.f.。
- (ii) 試求  $P(Y < 2X)$ 。
- (iii) 試求  $P(X + Y < 2)$ 。
- (iv) 試求  $X, Y$  之聯合動差母函數  $M(s, t)$ , 並給出  $s, t$  之範圍。

4. 設  $X$  與  $Y$  獨立，且分別有  $P(\lambda)$  及  $P(\mu)$  分佈。

- (i) 試給出  $X + Y$  之分佈。
- (ii) 試求給定  $X + Y = n$  之下,  $n \geq 1$ ,  $X$  之條件p.d.f., 並指出此為那一常見分佈, 參數為何。
- (iii) 試求  $E(X|X + Y = n)$ 。
- (iv) 試求  $Var(X|X + Y = n)$ 。

5. 設  $X$  有  $\mathcal{E}(1)$  分佈。令  $Y = [X + 1]$ , 其中  $[\cdot]$  表最大整數函數。令  $Z = X - 4$ 。

- (i) 試求  $Y$  之分佈，並指出此為那一常見分佈，參數為何。
- (ii) 試求  $E(Y)$ 。
- (iii) 試求給定  $Y \geq 5$ ,  $Z$  之分佈，並指出此為那一常見分佈，參數為何。
- (iv) 試求  $Var(Z|Y \geq 5)$ 。