

# 九十六學年度第一學期 機率與統計 測驗二

考試日期及時間：96年12月17日10:10–12:00 教師：黃文璋

1–4題各15分，5,6題各20分。須附上適當的步驟。

1. 設  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$ 。

(i) 試求  $E((X - \mu)^2)$ 。

(ii) 設  $\mu = 2, \sigma^2 = 16$ 。試求  $P(-3.11 < X < 4)$ 。

(iii) 設  $\mu = 3, \sigma^2 = 4$ 。當  $P(|X - 3| \leq a) = 0.9$ , 試求  $a$ 。

2. 設  $X$  有  $\mathcal{E}(\lambda)$  分佈。令  $Y = [X]$ , 其中  $[ \cdot ]$  表最大整數函數。試求(i)  $Y$  之分佈, 指出  $Y$  有那一常見分佈, 並給出參數, (ii)  $E(Y)$ , (iii)  $P(Y \leq 2)$ 。

3. 設  $X \sim P(\lambda)$ , 其中  $\lambda > 0$ 。

(i) 試求  $E(1/(1 + X))$ 。

(ii) 試求  $\phi(s) = E(e^{-sX})$ ,  $s \geq 0$ 。

(iii) 利用(ii), 試求  $E(X)$  及  $E(X^2)$ 。

4. 設  $X$  之 p.d.f. 為  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}x} e^{-(\log x)^2/2}$ ,  $x > 0$ 。

(i) 試證  $E(X^r) = e^{r^2/2}$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$ 。(10分)

(ii) 利用(i)試求  $Var(X)$ 。(5分)

5. 設  $X$  有  $\mathcal{U}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  分佈。令  $Y = \tan X$ 。試求(i)  $E(X)$ , (ii)  $Var(X)$ , (iii)  $Y$  之分佈, (iv)  $E(Y)$ 。

6. 設  $X \sim \Gamma(\alpha, \beta)$ , 其中  $\alpha, \beta > 0$ 。令  $Y = 1/X$ 。

(i) 試求  $E(X^k)$ , 並指出使  $E(X^k)$  存在之  $k$  的範圍。

(ii) 紿出  $Y$  之 p.d.f.

(iii) 利用(i)求出  $E(Y^r)$ , 並指出使  $E(Y^r)$  存在之  $r$  的範圍。

(iv) 指出使  $Var(Y)$  存在之  $\alpha, \beta$  的範圍, 紿出此時之  $Var(Y)$ , 並設法化簡。