

九十六學年度第一學期 機率與統計 測驗一

題目及答案卷

學系：_____ 姓名：_____ 學號：_____ 得分：_____

考試日期及時間：96年10月29日10:10–12:00

教師：黃文璋

1–4題各15分，5,6題各20分。須附上適當的步驟。

1. 設 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 。(i)試給出包含 $\{1\}$ 及 $\{1, 4, 5\}$ 之最小的 σ -體 \mathcal{F} ，(ii)在 \mathcal{F} 上定義一機率函數，使得 $P(\{1\}) = 0.2$ ， $P(\{1, 4, 5\}) = 0.5$ 。
2. 設 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。試分別求出 Ω 之所有元素個數為4,及8之 σ -體的個數。
3. 若 A 與 B 不獨立，且 $P(B) > 0$ ，是否必有 $P(A|B) > P(A)$ ？若是則證明，不是則舉一反例。
4. 設一家庭中有 k 個小孩。令事件 A 表此家庭中有男孩及女孩， B 表此家庭中最多有1女孩。試對 $k = 2, 3, 4$ ，分別討論 A 與 B 是否獨立。
5. 設隨機變數 X ，以 $f(x) = cx^2e^{-x/2}$ ， $x > 0$ ，為其p.d.f.。(i)試決定常數 c ，(ii)試求 $E(X)$ ， $E(X^2)$ 及 $Var(X)$ 。
6. 設隨機變數 X 以 f 為其p.d.f.，其中 $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}(1 + \sin x)$ ， $x \in R$ 。
 - (i) 試證 $f(x)$ 確實為一p.d.f.。
 - (ii) 令 $Y = X^2$ 。試求 Y 之p.d.f.。
 - (iii) 試求 $E(Y)$ ，及 $Var(Y)$ ，且說明是否存在。