

九十五學年度第一學期 應用機率模式 測驗一

題目及答案卷

學系：_____ 姓名：_____ 學號：_____ 得分：_____

考試日期及時間：95年12月19日 10:10–12:00 教師：黃文璋

1–4題每題25分

1. 設 $\{A(t), t \geq 0\}$ 為一齊性 Poisson 過程，參數為 λ 。令 S_n 表第 n 個到達時刻， n 為一正整數。
 - (i) 試證 $E(S_n^2 | A(t) = n) = b(E(S_n | A(t) = n))^2$, $t \geq 0$, 其中 b 與 t 無關。(15分)
 - (ii) 求出 b 。(10分)
2. 設 $\{A(t), t \geq 0\}$ 為一 Poisson 過程, $E(A(t)) = a(t)$, $t \geq 0$ 。試求
 - (i) $Cov(A(s), A(s+t))$, $s, t > 0$ 。(10分)
 - (ii) $Cov(A(s), \sum_{i=1}^n A(s+t_i))$, $n \geq 1$, $s > 0$, $t_1, \dots, t_n > 0$ 。(15分)
3. 設 $\{A_1(t), t \geq 0\}$, $\{A_2(t), t \geq 0\}$ 皆有獨立增量。令 $B(t) = A_1(t) + A_2(t)$, $t \geq 0$ 。試證 $\{B(t), t \geq 0\}$ 亦有獨立增量。
4. 設 $\{A(t), t \geq 0\}$ 為一 Poisson 過程, $E(A(t)) = a(t)$, $t \geq 0$ 。令 $0 \leq S_1 < S_2 < \dots < S_n < \dots$ 為 $\{A(t), t \geq 0\}$ 之到達時刻。又設 T_1, T_2, \dots 為 i.i.d. 之正的隨機變數，以 F 為其共同分佈，且 $\{T_i, i \geq 1\}$ 與 $\{S_i, i \geq 1\}$ 獨立。將點 $\{T_i S_i, i \geq 1\}$ 重排後，得到一點過程 $\{D(t), t \geq 0\}$ 。設 $\int_0^\infty F(t/\tau) da(\tau)$ 存在, $\forall t > 0$ 。試證 $\{D(t), t \geq 0\}$ 為一 Poisson 過程，並給出 $E(D(t))$, $t \geq 0$ 。