九十三學年度第二學期　機率與統計(二)　補考

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 94年6月30日　　教師: 黃文璋

每題20分。須附上適當的步驟。

1. 設X, Y, Z相互獨立, 分別有$\Gamma(p, \lambda)$, $\Gamma(q, \lambda)$及$\Gamma(r, \lambda)$分佈。令$U = \frac{X}{X+Y}$, $V = \frac{X+Y}{X+Y+Z}$。試證U, V相互獨立, 並求其分佈。

2. 設X有$\mathcal{F}_{n,m}$分佈, 試證X之p.d.f.為

$$f(x) = \frac{\Gamma((m+n)/2)(n/m)^{n/2}x^{(n-2)/2}}{\Gamma(n/2)\Gamma(m/2)(1+(n/m)x)^{(n+m)/2}}, x > 0 \text{。}$$

3. 設X有$\mathcal{F}_{n,m}$分佈, 試證$(n/m)X/(1+(n/m)X)$有$\mathcal{B}e(n/2, m/2)$分佈。

4. 設X, Y為二獨立的隨機變數, 且皆有$\mathcal{N}(0,1)$分佈。又令$Z = \min\{X, Y\}$。試證Z^2有χ_1^2分佈, 即$Z^2 \stackrel{d}{=} X^2$。

5. 設$X_1, \cdots, X_n$為一組由$\mathcal{U}(0, \theta)$分佈所產生之隨機樣本, $\theta > 0$。試證$X_{(1)}/X_{(n)}$與$X_{(n)}$獨立, 並指出$X_{(1)}/X_{(n)}$為那一常見分佈, 參數為何。