九十三學年度第一學期　機率與統計(一)　測驗二

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 94年1月17日　　教師: 黃文璋

第1-4題各10分, 第5-7題各20分 。須附上適當的步驟 。

1. 有3人各投擲一公正的銅板, 每回若有一人投擲出現與其他二人不同的面, 則該人算輸; 若三面皆相同, 則繼續投擲, 直至有一人輸 。求在少於4回便能決定誰輸之機率 。

2. 設每位學生有哥哥之機率為0.3 。依序調查學生, 試求第10位受調查者, 是第5位有哥哥之機率 。

3. 設X有自r開始之$\mathcal{NB}(r,p)$分佈 。試證對$x = r, r+1, \cdots$, $P(X > x) = P(U < r)$, 其中U有$\mathcal{B}(x,p)$分佈 。

4. 設X有$\mathcal{N}(1,4)$分佈 。求(i) $P(X > 3)$, (ii) $P(X \le 2.7)$, (iii) $P(-1 < X < 4.1)$, (iv) $P(|X - 1.1| \le 1.2)$, (v) a, 其中$P(|X-1| \le a) = 0.3$ 。

5. 設X有$\Gamma(p,q)$分佈, $p, q > 0$ 。(i) 寫出X之p.d.f.$f(x)$, $x > 0$ 。(ii) 求$\phi(s) = E(e^{-sX})$, $s \ge 0$ 。(iii) 利用(ii) 求$E(X^k)$, 其中$k > 0$ 。(iv) 利用(iii) 求$E((X-1)^3)$ 。

6. 設X有$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$分佈, $\mu \in R$, $\sigma > 0$ 。令$Y = ((X-\mu)/\sigma)^2$ 。

   (i) 求Y之分佈, 並指出此為那一常見分佈, 參數為何 。(ii) 求$E((Y-1)^3)$ 。

7. 設X之p.d.f.為$f(x) = \sqrt{2/\pi}x^2 e^{-x^2/2}$, $x > 0$ 。(i) 試證f確為一p.d.f. 。(5分)

   (ii) 設Y有$\Gamma(3/2, \beta)$分佈, 試證$Z = (2Y/\beta)^{1/2}$與X有相同分佈 。(5分)

   (iii) 試繪$f(x)$, $x > 0$, 之圖形, 並給出漸近線 、極值 、反曲點 。(10分)