九十三學年度第一學期　機率論(一)　測驗一

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 93年11月15日　　教師: 黃文璋

第1題10分, 第2-7題各15分。須附上適當的步驟。

1. 投擲一公正的骰子, 若第一次出現1或6點便贏了。若第一次出現k點, $2 \le k \le 5$, 則繼續投擲直至出現1, k或6點。若k點在1或6點之前出現, 便贏了, 否則算輸。求贏之機率。
2. 令$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$。又令$X(\omega) = \omega^2 + 200$, $\omega \in \Omega$; $Y(\omega) = 1$, 若$\omega \in \{2,4,6\}$, $Y(\omega) = 2$, 若$\omega \in \{1,3,5\}$。試分別給出最小的$\sigma-$體$\mathcal{F}$, 使得X, Y爲r.v.'s。
3. 設$\Omega = \{1,2,3,4\}$, $\mathcal{F}$爲Ω之所有子集合之集合, $P(\{i\}) = 1/4$, $i = 1,2,3,4$。令$X(\omega) = \omega$, $Y(\omega) = 2\omega$。試決定$X + Y$之分佈。
4. 設$X_1, \cdots, X_n$爲i.i.d.之r.v.'s, 且$Y = \min\{X_1, \cdots, X_n\}$有參數$\lambda$之指數分佈。試證$X_1$亦有指數分佈, 並給出參數。
5. 試證機率測度有由下連續的性質。
6. 設$X_1, \cdots, X_n$爲i.i.d.有$\mathcal{E}(\lambda)$分佈之r.v.'s, $n \ge 2$。令$X_{(1)} \le X_{(2)} \le \cdots X_{(n)}$表其順序統計量。設$2 \le i \le n$, (i) 試給出$X_{(i)} - X_{(i-1)}$之p.d.f., (ii) 試決定$(n-i+1)(X_{(i)} - X_{(i-1)})$之分佈。
7. 設X, Y爲i.i.d.之$\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ r.v.'s。試證X/Y有Cauchy分佈。