九十二學年度第二學期　隨機過程　測驗二

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 93年6月15日　　教師: 黃文璋

第1-4題每題15分, 5,6題各20分。須附上適當的步驟。

1. 試證有獨立增量性質的過程必爲Markov過程。
2. 試證有順序統計量性質的過程必爲Markov過程。
3. 試證更新函數可決定一更新過程。
4. 設$\{A(t), t \geq 0\}$爲一Poisson 過程, $E(A(t)) = a(t)$, 且$a'(t) = \rho(t)$, $t \geq 0$。以$\{X_n, n \geq 1\}$表到達間距, $\{S_n, n \geq 1\}$表到達時刻。

   (i) 試求X_1之p.d.f.,　(ii) 試求S_n之p.d.f.,　(iii) 試求$\mathrm{Var}(A(t+s) - A(t))$, $t, s \geq 0$。
5. 設$\{A(t), t \geq 0\}$爲一參數λ之齊性Poisson過程, 以$\{S_n, n \geq 1\}$爲到達時刻。設$n \geq k$爲二正整數。試求$E(S_k^r | A(t) = n)$, 其中$r > 0$。
6. 設顧客依一期望函數爲$a(t)$之Poisson過程$\{N(t), t \geq 0\}$進入某系統, 每位顧客停留一段隨機時間(分佈函數設爲$G(t)$, $t \geq 0$)後離去。離去時可能經由A門或B門, 機率分別爲$p(\tau)$及$q(\tau)$, $p(\tau) + q(\tau) = 1$, 其中τ爲離去的時刻。各顧客之停留時間及離去時門的選擇, 皆設爲獨立。令$\{A(t), t \geq 0\}$, $\{B(t), t \geq 0\}$分別表經由A門、B門離去之過程。試證此二過程獨立, 並指出這分別是什麼過程。