## 九十二學年度第一學期 數理統計(一) 測驗二 題 目 及 答 案 卷

學系:	姓名:	_ 學號:	得分:	
	考試日期: 93年1月131	习 教師: 黄	文璋	

第1題10分, 2-7題各15分。須附上適當的步驟。

- 1. 設 $X_1, \dots, X_n$ 爲一組由 $\mathcal{P}(\lambda)$ 分佈所產生之隨機樣本, $\lambda > 0$ 。試求 $\theta = P(X_1 = 0)$ 之UMVUE。
- 2. 設 $X_1, \dots, X_n$ 爲一組由p.d.f. $f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}/(1+x)^{\theta+1}, 0 < x < \infty, \theta > 0$ , 所產生之隨機 樣本。試求 $\theta^{-2}$ 之一UMVUE。
- 3. 設X之p.d.f.爲 $f(x|\theta) = \frac{\theta^x e^{-\theta}/x!}{1-e^{-\theta}}, \ x=1,2,\cdots$ 。令 $q(\theta) = P(X \geq 1) = 1-e^{-\theta}$ 。試 證 $q(\theta)$ 之UMVUE爲 $T^* = 0$ ,若X爲奇數, $T^* = 2$ ,若X爲偶數 。
- 4. 設X有 $Ge(\theta)$ 分佈,  $\theta \in (0,1)$ 。取 $q(\theta) = \theta$ 。試判斷 $\theta \ge UMVUE$ 的變異數是否達到CRLB。
- 5. 設 $X_1, \dots, X_n$ 爲一組由p.d.f. $f(x|\theta) = (1 e^{-\theta})^{-1}e^{-\theta}\theta^x/x!$ ,  $x = 1, 2, \dots, \theta > 0$ , 所產生之 隨機樣本。(i) 試求 $\theta$ 之一不偏估計量, 並問其變異數是否達到CRLB; (ii) 試證 $\theta$ 之MLE爲一致估計量。
- 6. 設 $X_1, \dots, X_n$ 爲一組由 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ 分佈所產生之隨機樣本,  $\sigma^2$ 爲已知。欲檢定 $H_0: \mu = \mu_1$ , vs.  $H_a: \mu = \mu_2$ 。試證只要n夠大,  $K(\mu_1)$ 可任意小, 而 $K(\mu_2)$ 可任意大。
- 7. 設 $X_1, \dots, X_n$ 爲一組由 $\mathcal{U}[0, \theta]$ 分佈所產生之隨機樣本。欲檢定 $H_0: \theta = \theta_0$ , vs.  $H_a: \theta \neq \theta_0$ 。試給一 $\alpha$ 下之LRT。