九十二學年度第一學期　數理統計(一)　測驗一

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 92年11月11日　　教師: 黃文璋

1-4題各15分, 5-6題各20分。須附上適當的步驟。

1. 設X有$\mathcal{H}(N, N\theta, n)$分佈, N, n爲已知, $\theta \in \{0, 1/N, 2/N, \cdots, 1\}$。

   (i) 試證X爲θ之一最小充分統計量。

   (ii) 試證X爲θ之一完備統計量。

2. 設$X_1, \cdots, X_n$爲一組由$\mathcal{N}(\theta, a\theta^2)$分佈所產生之隨機樣本, 其中$a$爲一已知大於0之常數, $\theta > 0$。試證$T = (\overline{X}_n, S_n^2)$爲$\theta$之一充分統計量, 但並無完備性。

3. 設X與Y獨立, 分佈有$\Gamma(\alpha_1, \beta)$及$\Gamma(\alpha_2, \beta)$分佈。試以巴蘇定理證明$X/(X+Y)$與$X+Y$獨立。

4. (i) 試求$\{P(\theta), \theta > 0\}$分佈族之共軛族。

   (ii) 設$X_1, \cdots, X_n$爲i.i.d.有$\mathcal{P}(\theta)$分佈, 試求θ之一動差估計量及MLE。

5. 設X之p.d.f.爲$f(1|\theta) = 1/8$, $f(2|\theta) = 3/8$, $f(3|\theta) = f(4|\theta) = (1+\theta)/8$, $f(5|\theta) = f(6|\theta) = (1-\theta)/8$, $\theta \in [0, 1]$。試求(i) θ之一最小充分統計量T; (ii) θ之MLE $\hat{\theta}$; (iii) 一爲T之函數之θ的MLE。

6. 設X有$\mathcal{U}(0, \theta)$分佈, θ之事前分佈爲$\mathcal{E}(1)$。試求(i) 在給定$X = x$之下, θ之事後分佈; (ii) θ之貝氏估計量。