九十一學年度第二學期　數理統計(二)　測驗一

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 92年4月23日　　教師: 黃文璋

每題20分。須附上適當的步驟。

1. 設$X_1, \cdots, X_n$爲一組由$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$分佈所產生之隨機樣本。令$\overline{X}_n$, S_n^2分別表樣本平均及樣本變異數。

   (i) 試寫出巴蘇定理(5分);

   (ii) 試利用巴蘇定理, 證明$\overline{X}_n$與S_n^2獨立(15分)。

2. 設$X_1, \cdots, X_n$爲一組由$\mathcal{E}(\lambda)$分佈所產生之隨機樣本。令$\mu = 1/\lambda$。欲檢定$H_0 : \mu \leq \mu_0$, vs. $H_a : \mu > \mu_0$。令$\overline{X}_n = \sum_{i=1}^n X_i/n$。

   (i) 試證對$\forall 0 < \alpha < 1$, 拒絕域$\{\overline{X}_n \geq \mu_0 \chi^2_{1-\alpha, n-1}/(2n)\}$, 爲一顯著水準$\alpha$之檢定;

   (ii) 試以χ^2_n之分佈函數, 表示此檢定之檢力函數。

3. 分別對9位男學生及9位女學生作某項測驗, 男生之成績爲$88, 68, 77, 82, 63, 80, 78, 71, 72$, 女生之成績爲$73, 77, 67, 74, 74, 64, 71, 71, 72$。假設男生、女生的成績分別可視爲由變異數$\sigma_1^2$, σ_2^2之常態分佈所產生之隨機樣本, 且兩組樣本假設爲獨立。欲檢定$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, vs. $H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$。試在$\alpha = 0.05$之下, 作一檢定。

4. 設$X_1, \cdots, X_n$爲一組由$\mathcal{B}e(\theta, 1)$分佈所產生之隨機樣本。欲檢定$H_0 : \theta = \theta_0$, vs. $H_a : \theta \neq \theta_0$。試給一$\alpha$下之LRT。

5. 投擲一公正銅板$100n$次, 其中n爲一正整數, 得到投擲數之52%個正面。令p表銅板出現正面之機率。欲檢定$H_0 : p = 0.5$, vs. $H_a : p \neq 0.5$, 取$\alpha = 0.01$。利用常態近似並採連續的更正, 求最小的n, 使能拒絕H_0。