## 九十一學年度第二學期 物理系 微積分 測驗二 題 目 及 答 案 卷

考試日期: 92年5月20日

教師: 黃文璋

第1-5題各10分, 6-7題各15分, 第8題20分。須附上適當的步驟。

1. 試檢定 
$$\int_0^\infty \frac{x}{\sqrt{x^4+1}} dx$$
之斂散性。

2. 試檢定 
$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} \log x} dx$$
之斂散性。

3. 試求
$$\int_0^e x^2 \log x dx$$
之值。

4. 令
$$f(x,y) = x \log y/y$$
。試證 $2x^2 f_{11}(x,y) + 2xy f_{12}(x,y) + y^2 f_{22}(x,y) = -x/y$ 。

5. 試求
$$\int_{1}^{t} \left( \int_{0}^{t} y^{-3} e^{tx/y} dx \right) dy$$
 。

6. (i) 試證對
$$\forall \alpha > 0, \int_0^\infty e^{-t} t^{\alpha - 1} dt$$
收斂。(10分)

(ii) 設以
$$\Gamma(\alpha)$$
表上述積分值,  $\alpha>0$  。試導出 $\Gamma(10)$ 之值 。(5分)

7. 試求
$$f(x,y)=(x^2+y^2)e^{-(x^2+y^2)},\,x,y\in R,$$
 之極值及鞍點。