## 九十一學年度第一學期 數理統計(一) 測驗一題 目 及 答 案 卷

學系:	姓名:	學號:	得分:	
	考試日期: 91年11月13日	<b>教</b>	師: 黄文璋	

每題20分。須附上適當的步驟。

- 1. 某國軍艦編號爲自1號起依序編下去。試由觀測到的10艘軍艦號碼 $X_1, \dots, X_{10}$ ,分別給出軍艦總數之動差估計量及MLE。
- 2. 投擲一出現正面機率爲 $\theta$ 之銅板,直至出現r個正面才停止,r爲一固定正整數。
  - (i) 求總共所得反面數X之p.d.f.;
  - (ii) 重複此實驗n次, 依序得到觀測量 $X_1, \dots, X_n$ 。試求 $\theta$ 之MLE。
- 3. 設 $X_1, \dots, X_n$ 爲一組由 $P(\theta)$ 分佈所產生之隨機樣本, $\theta$ 之事前分佈爲 $\Gamma(\alpha, \beta)$ 分佈。試求
  - (i) θ之動差估計量;
  - (ii)  $\theta \gtrsim MLE$ ;
  - (iii) 在給定 $(X_1, \dots, X_n) = (x_1, \dots, x_n)$ 之下,  $\theta$ 之事後分佈;
  - (iv)  $\theta$ 之貝氏估計量。
- 4. 設X有 $\mathcal{P}(\lambda)$ 分佈,  $\lambda > 0$ 。令 $\theta = P(X = 0) = e^{-\lambda}$ 。
  - (i) 試問 $T_1 = e^{-X}$ 是否爲 $\theta$ 之不偏估計量;
  - (ii) 試證 $T_2 = I_{\{X=0\}} \beta$ 之不偏估計量;
  - (iii) 分別比較當 $\lambda = 1, 2$ 時,  $T_1$ 及 $T_2$ 之MSE。
- 5. 設 $X_1, \dots, X_n$ 爲一組由 $U[1, 1+\theta]$ 分佈所產生之隨機樣本,  $\theta > 0$ 。
  - (i) 試求 $\theta$ 之MLE  $T_1$ , 並問 $T_1$ 是否爲不偏的;
  - (ii) 試求 $\theta$ 之動差估計量 $T_2$ , 並問 $T_2$ 是否爲不偏的;
  - (iii) 試比較 $T_1$ 與 $T_2$ 之MSE。