九十一學年度第一學期　物理系　微積分　測驗一

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 91年10月22日　　教師: 黃文璋

每題10分, 須附上適當的步驟

1. 設$a_n = \dfrac{\sqrt{3n}}{3+2\sqrt{n}}, n \geq 1$。試依定義證明$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$。
2. 設$a_1 = 1,\ a_{n+1} = \sqrt{2a_n+3},\ n \geq 1$。試證$\lim\limits_{n\to\infty} a_n$存在。
3. 試求$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2n}$。
4. 設$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 3,\ \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \infty$。試證$\lim\limits_{n\to\infty} (a_n/b_n) = 0$。
5. 設$a_0 = 1,\ a_n = \sum\limits_{i=0}^{n} \dfrac{1}{i!},\ n \geq 1$。試證$\lim\limits_{n\to\infty} a_n$存在。
6. 試以ε-δ的方法證明$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1}{\sqrt{2+x}} = \dfrac{1}{2}$。
7. 試依定義證明$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3}{x^2+2} = \infty$。
8. 試求$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sqrt{9-x+x^3}-3}$。
9. 試求$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$。
10. 試求$\lim\limits_{x\to 1-} [2x-[x]]$之值, 其中$[x]$爲高斯整數。