九十學年度第一學期　機率與統計(一)　測驗二

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 91年1月28日　　教師: 黃文璋

第1-2題各10分, 第3-6題各20分。須附上適當的步驟。

1. (i) 試決定若買一張目前發行之樂透彩(42選6), 中普獎(中三碼)或肆獎(中四碼)之機率。

   (ii) 平均約買幾張可中一張普獎(求至小數第一位)。

2. 設$X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, 令$Y = [X]$。試決定$Y$之分佈, 並指出此爲那一常見分佈, 參數爲何?

3. 設X與Y獨立, $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $Y \sim \mathcal{P}(\mu)$。

   (i) 試決定$X + Y$之分佈。

   (ii) 試決定條件分佈$X|X + Y = n$, 其中$n \geq 1$爲一正整數, 並指出此爲那一常見分佈, 參數爲何?

4. 設X與Y獨立, $X \sim \Gamma(p, \lambda)$, $Y \sim \Gamma(q, \lambda)$。令$U = X/(X + Y)$, $V = X + Y$。試證U與V獨立, 並分別指出U與V爲那一常見分佈, 參數爲何?

5. 設$f(x, y) = c/y$, $1 < x/y < s$, $1 < y < s$, 其中$s > 1$爲一常數。

   (i) 試決定常數c(以s表之), 使$f(x, y)$爲一p.d.f.。

   (ii) 設(X, Y)以$f(x, y)$爲其聯合p.d.f., 試決定X, Y之邊際分佈。

6. 設X與Y獨立, 且皆有$\mathcal{N}(0, 1)$分佈。試決定下述各隨機變數之分佈, 指出是否爲那一常見分佈, 並給出參數。

   (i) $2X + 3Y$, (ii) $X^2 + Y^2$, (iii) X/Y, (iv) $2X/Y$。