九十學年度第一學期　電機系　微積分　測驗三

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 90年2月4日　　教師: 黃文璋

每題10分, 須附上適當的步驟。

1. 求$\int_0^{\pi/2} x^3 \cos x dx$之值。
2. 求積分$\int \cos \sqrt[4]{x-1} dx$。
3. 求積分$\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2+(1+x^2)^{3/2}}} dx$。
4. 試證二曲線$3y = 2x + x^4y^3$及$2y + 3x + y^5 = x^3y$, 在原點之切線互相垂直。
5. 設$f'(a)$存在, 試證$\lim_{h\to 0} \frac{f(a+\sin h) - f(a-\sin h)}{2h} = f'(a)$。
6. 求連續函數及常數c, 使得

$$\int_0^x t^2 f(t)dt + 4\int_x^2 t(f(t)+1)dt = \frac{1}{5}x^5 - x^4 + x^3 - 8x^2 + c。$$

7. 令

$$f_n(x) = \begin{cases} x^n \sin(1/x) & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

試分別討論f_1, f_2及f_3之連續性、可微性, 及其導數之連續性及可微性。

8. 令$F(x) = \int_0^x [t^2]dt$, $0 < x < 2.5$。試求$F(x)$, 及$F'(x)$, $0 < x < 2.5$。並指出$F(x)$不可微處。
9. 試證對$\forall n \geq 2$, $\int \cos^n x dx = \frac{\cos^{n-1} x \sin x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2} x dx$。
10. 試證$x^2 = x\sin x + \cos x$恰有二實根。