九十學年度第一學期　電機系　微積分　測驗二

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 90年12月26日　　教師: 黃文璋

每題10分, 須附上適當的步驟及必要之說明

1. 試求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{1+x^5}-\sqrt[5]{1+x^2}}{\sqrt[3]{1-x^3}-\sqrt[3]{1-x^2}}$。

2. 試求$\displaystyle\int_0^3 |x^3-6x^2+11x-6|\,dx$之值, 並化簡。

3. 試求$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin 2x}-\dfrac{1}{\tan 2x}\right)$。

4. 設$f(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$, $x\neq 0$。試定義$f(0)$, 使得f在$x=0$連續。

5. 令$f(x)=[\dfrac{2}{x}]$, $x\neq 0$。試繪f在$[-2,-0.35]$之圖形, 並指出不連續處。

6. 試證對$\forall x\in R$, $\lim\limits_{n\to\infty}(\lim\limits_{m\to\infty}(\cos n!x\pi)^{2m})$存在, 並求極限值。

7. 試求$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{3n}\dfrac{\sin^2\frac{2i}{3n}}{n}$之值。

8. 試證$\dfrac{1}{10\sqrt{2}}\leq\displaystyle\int_0^1\dfrac{x^9}{\sqrt{1+x}}dx\leq\dfrac{1}{10}$。

9. 設函數$f(x)$在$x=0$連續, 且$f(x+y)=f(x)f(y)$, $\forall x,y\in R$。試證f在R上連續。又若$f(0)=0$, 試求$f(5)$。

10. 試證(i) $i^p<\dfrac{(i+1)^{p+1}-i^{p+1}}{p+1}<(i+1)^p$, $\forall i\geq 1$,　(ii) $\sum\limits_{i=1}^{n-1}i^p<\dfrac{n^{p+1}}{p+1}<\sum\limits_{i=1}^{n}i^p$, $\forall n\geq 2$,

    (iii) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^{p+1}}\sum\limits_{i=1}^{n}i^p=\dfrac{1}{p+1}$。