八十九學年度第二學期　微積分　測驗三

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 90年6月18日　　教師: 黃文璋

每題10分

1. 試判斷$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{k^7 7^{k+3}}{2^{3k}}$之斂散性, 若收斂, 並指出是絕對收斂或條件收斂。
2. 求常數c, 使$\int_1^{\infty}(\frac{x}{2x^2+2c}-\frac{c}{x+1})\,dx$收斂, 並求此時之積分值。
3. 設常數$a,b,c>0$, 又$x+y+z=1$。試求$x^a y^b z^c$之極大值。
4. 設$f(x,y)=\frac{xy(1+y^2)}{x^2+y^2}$, $(x,y)\neq(0,0), f(0,0)=0$。試求$f_x(0,0)$, 並驗證f在$(0,0)$連續否?
5. 求$\int\int_S(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}\,dydx$, 其中$S=\{a^2\leq x^2+y^2\leq b^2\}, b>a>0$。
6. 求在平面$z=2x+4y$之下, 與四分之一橢圓$4x^2+9y^2\leq 36$, $x\geq 0, y\geq 0$, 問之立體的體積。
7. 設f爲一連續函數, S爲在第一象限, 由四曲線$xy=1, xy=2, y=x$及$y=4x$所圍出之區域。試證$\int\int_S f(xy)\,dxdy=\log 2\int_1^2 f(u)\,d(u)$。
8. 試證(1) $\int_0^{\infty}e^{-xu}\sin x\,dx=\frac{1}{1+u^2}$, (2) $\int_0^{\infty}\frac{\sin x}{x}\,dx=\frac{\pi}{2}$。
9. 試導出n維半徑爲a之實心球的體積$\frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2}+1)}a^n$。
10. 本課程本學期缺課時數, (1), (2)可僅擇一作答,

    (1)_____小時。

    (2)(i)1-4小時, (ii)5-8小時, (iii)9-12小時, (iv)13-16小時, (v)16小時以上。答: _____