八十九學年度第二學期 微積分 測驗二

題目及答案卷

考試日期: 90年5月14日 教師: 黃文璋

每題10分

1. 求積分
$$\int \frac{1}{x\sqrt{1-(\log x)^2}} dx \circ$$

- 2. 求積分 $\int \frac{1}{1 + a \sin x} dx$, |a| < 1 。
- 3. 求 $y = \sin x, x \in [0, \pi]$, 之圖形, 對x軸旋轉所得旋轉面之面積。
- 4. 丢一公正的銅板直到出現一正面才停止。若在第n次投擲才停止,則可獲得1.999ⁿ元。試求期望所得。
- 5. 試分別判斷(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5+(-1)^n}{2}\right)^n$, (2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log n!}$ 之斂散性。
- 6. 試判斷 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \log^2(n+1)}$ 之 斂散性, 若收斂並指出是絕對收斂或條件收斂。
- 7. 將級數 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ 重排, 依三正項再兩負項, 即 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \frac{1}{2} \frac{1}{4} + \cdots$ 。試證此級數收斂, 並求其和。
- 8. 試判斷 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} \log x} dx$ 之斂散性。
- 9. 已知 $\int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 。試求 $\int_0^\infty x e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$, $\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$ 及 $\int_{-\infty}^\infty x^3 e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$ 之值。
- 10. 試求使 $\int_{1}^{\infty} \frac{\log x}{x^p} dx$ 收斂之p的集合。