八十九學年度第一學期　微積分　測驗一

題　目　及　答　案　卷

學系: _____　姓名: _____　學號: _____　得分: _____

考試日期: 89年10月30日　　教師: 黃文璋

第1-8題: 每題10分, 第9題: 20分

1. 設$a_n = \sqrt{n}/(2+\sqrt{n}), n \geq 1$。試依定義求$\lim_{n\to\infty} a_n$。
2. 設$\lim_{n\to\infty} a_n = a > 0$, 試證存在一$n_0 \geq 1$, 使得$a_n > 0, \forall n \geq n_0$。
3. 求下述各極限(i) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{4+x^2} - x)$,　(ii) $\lim_{x\to\infty}(\frac{x^2+1}{x+1} - \frac{x^2+2}{x+2})$。
4. 依$\varepsilon - \delta$的方法證明$\lim_{x\to 2} \frac{1}{\sqrt{2+x}} = \frac{1}{2}$。
5. 試證$\lim_{x\to 1} \sqrt{x+3} \neq 3$。
6. 求下述各極限(i) $\lim_{n\to-\infty}(\sqrt[3]{n^3+n} - \sqrt[3]{n^3+1})$,　(ii) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{1+x^5} - \sqrt[5]{1+x^2}}{\sqrt[5]{1-x^2} - \sqrt[5]{1-x}}$。
7. 求下述各極限(i) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$,　(ii) $\lim_{x\to 0}(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x})$。。
8. 設
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0, \\ 2x + a^2, & x \geq 0 \text{。} \end{cases}$$
試決定a之值, 使f爲一連續函數。
9. 我對大學四年的憧憬(三百字以上)。