

一百零二學年度第一學期 機率與統計(一) 補考

考試日期及時間：103年1月21日9:00-10:00

教師：黃文璋

第1-2題各40分，第3題20分，該有之步驟須附上。

1. 設 (X, Y) 之聯合p.d.f.為 $f(x, y) = 2x, 0 \leq x, y \leq 1$ 。試求
 - (i) $P(X^2 < Y < X)$;
 - (ii) $f_{Y|X}(y|x)$;
 - (iii) $\text{Var}(Y|X)$;
 - (iv) $E(e^{tY})$ ，並給出存在之 t 的範圍。

2. 設 X, Y 之聯合p.d.f.為 $f(x, y) = ye^{-xy-y}, x, y > 0$ 。
 - (i) 試檢驗 X 與 Y 是否獨立;
 - (ii) 試求 $E(Y|x)$ 及 $\text{Var}(Y|x)$;
 - (iii) 試求 $P(XY > 1)$;
 - (iv) 試問 $E(X)$ 是否存在;
 - (v) 試求 $\text{Var}(Y)$ 。

3. 設 $\log X$ 有 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ 分佈， $\mu \in R, \sigma > 0$ 。試求
 - (i) X 之p.d.f.;
 - (ii) $E(X^k), k \geq 1$ 。