統計與數學

黃文璋

國立高雄大學應用數學系

淡江大學數學系

99年9月28日

1.前言

- 1987年，印度紀念傳奇數學家拉曼紐揚(Sriniv-asa Ramanujan, 1887-1920)百年誕辰。
- 當代著名統計學者，出生於印度的勞氏(C. R. Rao, 1920-)，也應邀做了三場演講。
- 印度統計學研究所(Indian Statistical Institute)基於勞氏的演講稿，於1989年，出版統計與真理，1997年發行第二版。

在第一版序，勞氏提到：

- 學生時代，我主修數學——一種從給定前提下演譯結果的邏輯。
(the logic of deducing consequences from giving premises)

- 後來我唸統計學——一種從經驗中學習的合理過程，及從給定的結果驗證前提的邏輯。
(a rational approach to learning from experience and the logic of identifying the premises given the consequences)

◆我已認識到數學及統計，在人類為提昇自然知識，及有效管理日常事務，所做的一切努力中，佔有重要性。

我相信：

- 在最終的分析中，所有知識皆為歷史。
- 在抽象的意義下，所有科學皆為數學。
- 在理性的世界裡，所有判斷皆為統計。

2.高中數學裡的交叉分析

- 高中數學九十五年起增加統計題材 ：

  高二下增加信賴區間與信心水準的解讀，
  高三選修增加交叉分析和二項分配。

- 高中數學，適合教太多統計嗎？

- 在大學裡，統計與微積分，何者較難教？
- 後者有物理意義，極限、連續、微分，及積分，都可以圖形來說明其涵意。
- 統計裡，機率、期望值，究竟是什麼意思？
- 投擲一公正的骰子，點數1出現機率為 $\frac{1}{6}$，所得點數期望值為 3.5。$\frac{1}{6}$，3.5各是什麼？

- 機率、期望值常以平均來說明。
- 投擲多次，點數1出現的平均次數逐漸接近 $\frac{1}{6}$？
- 投擲多次，點數平均會逐漸接近3.5？

取自網路

機率是統計上騙人的東西，許多事情要重複做100次才有機率可言。懷孕不可能100次，每次懷孕生雙胞胎機率是1/89，但單次懷孕生雙胞胎機率若不是0%，就是100%。就好像問我，50元銅幣丟到地上一次，是蘭花機率有多少？事實上，50元銅幣丟到地上，不是總統府，就是蘭花。如果丟到地上100次，那麼機率就會接近50%。如果丟到地上1次，蘭花的機率，若不是0%，就是100%。

二項分配的期望值

在一伯努利試驗中成功的機率為 p, 失敗的機率為 q, $(p+q=1)$.
若重複此試驗 n 次, 則 n 次中成功次數的期望值

$$E=np.$$

例題 5

在同時丟 2 個硬幣的試驗中, 把兩個硬幣都出現正面叫做成功. 重複丟 2 個硬幣 100 次, 求成功次數的期望值.

解：因為兩個硬幣都出現正面的機率為 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$,

所以此試驗成功的機率為 $\frac{1}{4}$.

根據二項分配的期望值, 重複此試驗 100 次, 成功次數的期望值為

$$E=100\times\frac{1}{4}=25.$$ ☒

隨堂練習

在同時擲 2 個骰子的試驗中, 把至少有一個出現 6 點的情形叫做成功. 求同時擲 2 個骰子 30 次的試驗中, 成功次數的期望值.

丙 二項分配與常態分配

假設硬幣都是勻稱的, 投擲一硬幣 20 次, 會出現幾次正面？根據二項分配, 期望值 $E=20\times\frac{1}{2}=10$（次）. 這是說當我們投擲一硬幣 20 次時, 會恰好出現 10 次正面嗎？顯然未必如此.

現在讓全班每位同學都投擲一硬幣 20 次, 可能有人擲出 8 次正面, 也有人擲出 12 次. 如果將每人所擲出的正面次數紀錄下來, 那麼這些數的平

均值就會相當接近 10 次. **機率裡的期望值就是統計試驗中大量數據的平均值**. 藉由機率的模型, 統計學家也告訴我們：全班同學所擲的正面次數分布會近似於常態分配, 其平均數 μ 等於期望值 np, 標準差 σ 等於 $\sqrt{npq}$, 即

二項分配的平均數和標準差

將成功機率為 p 的伯努利試驗, 互相獨立的重複 n 次, 若 X 代表 n 次中成功的次數, 則當 n 夠大時, X的次數分布會近似於常態分配, 且

(1) 平均數 $\mu = np$.

(2) 標準差 $\sigma = \sqrt{npq}$. （其中 $p+q=1$）.

例題 6

全校每位同學投擲一硬幣 20 次, 設 X 是每人所擲出正面的次數, 求 X 的平均數與標準差.

解：「重複投擲一硬幣 20 次」的試驗中, X 的次數分布會近似於常態分配, 其平均數

$$\mu = np = 20 \times \frac{1}{2} = 10.$$

標準差

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{20 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{5} \approx 2.2. \qquad \boxtimes$$

在第四冊提及常態分配有一個特性, 它們都遵循 68 − 95 − 99.7 規則, 即大約 68%的數值落在距平均數 1 個標準差範圍內, 95%的數值落在距平均數 2 個標準差範圍內, 99.7%的數值落在距平均數 3 個標準差範圍內, 如圖 1 所示.

◆數學中常在證明，科學中常在證實，統計裡為何只接受或拒絕？

德國科學家證實，綠茶可以減肥。

考古證實，老子生於河南鹿邑。

⋮

- 信賴區間與交叉分析，一般大學統計教科書，放在較後面的章節。
- 何以能堂而皇之地進入高中數學？
  日常生活中常出現，且數學不難？
- 這些概念，為何難以理解？
- 歸根結底，乃隨機的概念不易掌握。

◆在九九課綱附錄常態分布、信賴區間與信心水準的解讀：

高中程度的統計推論只做隨機變數期望值的估計，它的背後理論是中央極限定理。要介紹中央極限定理，就需要引入常態分布。此部分僅做通識性的介紹，以活動方式建立學生對於中央極限定理的直觀。對一固定的信心水準，給出信賴區間公式，再讓學生以亂數表模擬或實驗投擲正面出現機率為p的銅板n次，代入信賴區間公式，以說明信心水準的意涵；並以此解讀，何以大多數的學生所得的信賴區間都會涵蓋p？

- 大多數的學生所得的信賴區間都會涵蓋*p*？九五暫綱中就有類似說法。
- 曾藉統計裡的信賴一文，指出其不妥，但九九課綱卻仍保留，只是略微修改。

典型缺乏隨機的概念之講法！

- 多少比率的信賴區間涵蓋p，才算大多數？
- 設一班有40人，每人得一p之95%信賴區間。則涵蓋p的信賴區間數，不超過34個(85%)之機率約為0.01388。
- 只要參與的班級數夠多，要找到幾班，有15 %以上的信賴區間沒有涵蓋p，並不足為奇。

- 投擲一銅板2次，若未出現1正1反，是否就不相信銅板為公正？
- 有$\frac{1}{2}$的機率出現2正，或2反。
- 投擲數增大，是否就愈容易出現正反面數各半？

◆投擲一公正銅板10次，出現5正5反之機率：

$$\binom{10}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{252}{1024}<\frac{1}{4}。$$

◆投擲一公正銅板2n次，出現n正n反之機率：

$$\binom{2n}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}\sim\frac{1}{\sqrt{n\pi}}。$$

⇨ 投擲一銅板2n次，若未恰出現n正n反，不能下結論銅板非公正。

- 銅板是否公正，只有天曉得。就算2n次都出現正面，也只能強烈懷疑銅板非公正：

機率為

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2n} > 0，$$

- 有人投擲1000次，恰出現500正500反，你相信銅板為公正？或其中有詐？

- 統計乃由觀察到的結果，做出推論。在隨機世界中一切都是假設，就看接受那一個。
- 如何拒絕或接受？

  在無罪推定的原則下，依發生機率的大小，決定原假設，該不該接受。

類似思維

- 兩人分蛋糕，如何分才公平？
- 男孩如何做，女孩才滿意？
- 如何給 $n \to \infty$ 時，$a_n \to b$ 之定義？

◆如果懷疑銅板不是公正，出現正面的機率p不為0.5，則先假設$p = 0.5$，稱為**虛無假設**。

◆虛無即空，此非想接受的假設。接受此假設，表做虛功。

◆另有一**對立假設**，是你傾向相信的。可以是

$p \neq 0.5$，$p < 0.5$，或$p = 0.6$，…。

虛無假設要被保護，不能輕率地推翻。有如要有足夠強的證據，才會判被起訴者有罪。

- 事先設一可以容忍的錯誤機率 α，如 $\alpha = 0.05$，或 $\alpha = 0.01$ 等。若在法庭，α 還得更小。

- 對隨機現象，決策難以不犯錯。只能以更好的方法，降低犯錯機率。

- 例如，實際上對立假設為真，卻接受虛無假設(明明有罪卻被無罪開釋)，這種錯誤的機率，也要控制。

以

虛無假設$p = 0.5$，對立假設$p \neq 0.5$

為例。在$n = 100$，及$\alpha = 0.05$下，拒絕域為正面數落在0至39間，或61至100間。所以正面數，落在40至60間，都接受 $p = 0.5$。

絕非正面數不等於50，就認為銅板非公正！

令銅板出現正面的機率$p = 0.5$，然後求一些事件的機率值，是數學問題，不必質疑p=0.5是否為真。

由投擲後得到幾次正面，來推測p=0.5是否成立，是統計問題。投擲100次，這次得58個正面，下次可能得48個正面，第3次可能得61個正面，因此各次推論當然可能不同。

不論投擲數再大，p值究竟為何，仍是天曉得。只能控制犯錯機率，不超過所能容忍的值。

- 數學裡可任意假設，且不需管此假設成立與否：

  假設4 = 5，則牛頓 = 高斯。

  試判斷上述命題是否為真。或者說：

  試證當4 = 5，則牛頓 = 高斯。

- 統計裡可任意假設，然後判定是否接受該假設？

◆對隨機現象，人們平常理解誤差的存在。

99年4月19日，台大公布甄選榜單，報載醫學系20個名額中，有近半名額9位為女生，寫下歷史紀錄。台大教務長表示，女生錄取比例增加是剛好，台大招生的立場，向來就是找最適合、最有能力的學生，不會考慮學生性別。

◆只要近半，並不需女生錄取正好一半，才認定未考慮學生性別：

此講法正確否？

- 應由各性別的錄取率，而非由各性別的錄取人數，來判定兩性錄取是否有異。

某版高中選修數學(I)，交叉分析之例。

例題 2

某大學熱門科系的入學方式分成「學校推薦」和「個人申請」兩種，去年度經由此兩方式提出入學許可者的審核結果雙向表如下：

	推薦	申請
錄取	24	36
不錄取	36	54

(1) 求錄取的學生中，推薦和申請者所占的比例.

(2) 求推薦錄取率，申請錄取率和總錄取率.

解：(1) 先求雙向表中各列與各行總和：

	推薦	申請	總和
錄取	24	36	60
不錄取	36	54	90
總和	60	90	150

所有錄取的 60 名學生中，

經由「推薦」入學者的比例為 $\frac{24}{60}=40\%$.

經由「申請」入學者的比例為 $\frac{36}{60}=60\%$.

(2) 推薦者的錄取率為 $\frac{24}{60}=40\%$,

申請者的錄取率為 $\frac{36}{90}=40\%$,

總錄取率 $\frac{60}{150}=40\%$, 三者相同. ☒

在例題 2 第(1)小題中，所有錄取者中，由「推薦」而錄取者占 40%,「申請」而錄取者占 60%, 是否可解讀為申請比推薦容易呢？這個錯覺是因為申請的人數比推薦的人數多所造成的. 事實上，由第(2)小題得知，推薦與申請的錄取率都是 40%, 我們合理的推測：「入學方式」和「通過與否」並沒有關聯.

雙向表的目的既是探討兩事件的關聯性是否存在，換成機率的語言就是兩事件是否獨立，上述的例子，在所有參加推薦和申請的學生中，設 A 表示參加推薦者，B 表示錄取者，則 $P(B \mid A)$ 表示推薦者的錄取率，而 $P(B)$ 表示總錄取率．在這個例子中，

$$P(B \mid A) = P(B).$$

即兩事件 A，B 為獨立事件．換句話說，在雙向表中，若某一列的各數據在其所在的行中所占比例皆相同，兩特性就沒有關聯．至於比例不相等時是否就代表有關聯呢？統計學上有更深入的檢定辦法，留待日後再學習之．

◆有兩點必須指出。

(一)由男女錄取率的相等與否，來判定錄取與男女性別是否有關，並不正確。

這非統計思維。除非事先設定男女錄取率一定要相同(這時男女錄取標準，就很難相同)，否則即使用抽籤(這時錄取與否總該跟性別無關)，來決定錄取名單，都不能保證抽出的男女錄取率相同。

(二)不應將觀測值視為機率：

$$P(A|B) = 40\%$$

是錯的概念。

這點人們平常其實大都了解。例如，投擲銅板100次，出現52次正面，並不會將0.52當做正面出現的機率(為估計值)；也不會將一次民調的支持率，當做候選人的得票率。但統計只要一進入高中數學課本，就連常識都失去了。

- 甚至只要一進入書中，該有的機率知識也不見了。

你的人生—需要多懂一點機率

野口哲典 著／漫遊者
出版日：2010/05/13
人生充滿機率，掌握機率就等於掌握成功人生！
本書告訴你86條通往成功的捷徑，不論是學業、事業、愛情、財富，甚至人生，都能輕鬆得分！

你相信嗎？

同一件任務只要持續挑戰5次，成功率就可以高達97%！

為什麼每次開會，老闆都會點到你，是你特別衰嗎？

面試的時候，如何做獲選的機率會最高？

相親或聯誼的時候，怎樣才能確保抱得佳人歸？

如何花最少的錢收集到全套的便利商店公仔？

哪種血型的人買樂透最容易中獎？

【編輯室報告】

機率是最公平、最沒有偏見的一種科學知識。只要你多懂一點機率，你將發現機率比算命師更靈驗，比心理學家更科學！很多生活的大小事，看似偶發、靠運氣，甚至像奇蹟般稀罕，其實都可以用機率找到答案，並從中找到清晰脈絡。

本書就是要從機率學的角度出發，推演出種種具體可行、讓成功率變得更高的實用法則。你將發現，舉凡在經濟、社會生活中，想要成功，絕不能不懂機率。像是應徵、面試、談戀愛、結婚、生子和買樂透等等，也都處處涉及機率。

作者用最簡單的語言和最生動有趣的86個生活上的例子來解釋機率、教你運用機率，即使以前念書的時候數學沒學好，也一樣能學會作者所精心傳授的「成功機率學」。而且最重要的是，讀起來興致盎然，絕不枯燥。

現在，就來學習運用科學的思維，打破生活中常常會產生的主觀推斷或沒有根據的猜測，學會以機率的理論為基礎，用寬闊的視野觀察和分析問題，看清事物的本質，為工作和生活帶來具體的幫助。

孟德爾實驗

孟德爾(Gregor Johann Mondel)將圓黃(round yellow)種子的豌豆，與縐綠(wrinkled green)種子的豌豆雜交。依其理論，會生長出圓黃、圓綠、縐黃及縐綠種子的後代之比率，應分別為

$$\frac{9}{16} = 56.25\% \text{，} \frac{3}{16} = 18.75\% \text{，}$$

$$\frac{3}{16} = 18.75\% \text{，} \frac{1}{16} = 6.25\% \text{。}$$

經由一組有556個樣本的實驗，得到下表。

	圓黃	圓綠	縐黃	縐綠	合計
後代數	315	108	101	32	556
觀測比率	56.65%	19.42%	18.17%	5.76%	100%
預期比率	56.25%	18.75%	18.75%	6.25%	100%

豌豆觀測到的後代比率，與預期比率有些差異。

經過卡方檢定，即使α值大到0.90，都無法拒絕

虛無假設：孟德爾的理論為正確。

是否無庸置疑接受孟德爾的理論？

- 此實驗結果與預期太吻合(fit too well)，引起費雪(R. A. Fisher, 1890-1962)的懷疑：

  認為孟德爾可能重覆做實驗，直到結果看起來很好才停止，只公佈結果較好的那組數據。

- 對於隨機實驗，若結果與理論值過於一致，反而會讓人懷疑做假。

- 既講不清楚，也無法讓學生學到任何正確統計概念的交叉分析，怎會放進高中數學？幸好九九課綱拿掉了。

統計會說話

單身易得精神病？楊志良：統計如此

衛生署長楊志良昨日表示，有家庭的人比較不易生病，也較少得精神疾病，鼓勵大家成立家庭。

立委陳瑩消遣楊志良說“所以像我跟一些單身立委都是精神病高危險群嘍？”楊志良解釋，他只是陳述統計上的相對傾向，並沒有惡意。…楊志良說，他只是就相關研究的統計相對來說，…。

(99年4月8日中國時報)

O型、射手座、已婚男 最易中彩券型

過去一年的彩券得主，男性占七成，已婚者占八成，O型占四成四，射手座最多、其次是水瓶和牡羊座；五成六的人用電腦選號、四成四自己來；...。

台彩針對過去一年的四百二十二位頭獎幸運兒，以及獎金超過五百萬的高額中獎人分析。男性占七成，四十到四十九歲最多，占三成二。血型以O型最多，占四成四。已婚者占八成。射手座最有偏財運，水瓶座和牡羊座次之。和產品配對，大樂透以天蠍座最多，小樂透以水瓶座居多，今彩五三九以射手座最多。彩券投注五成六用電腦選，四成四自選；...中獎者的職務以「一般職員」占四成最多，居住地以台北縣兩成最多，台北市一成九緊追在後，大台北地區合計將近四成，堪稱財神爺最愛的福地。

(97年1日10日中廣新聞網)

3.政府的統計可信嗎？

◆99年8月23日，聯合報有一則標題為“牙醫、西醫 比一般人長命7、8歲”的新聞：

醫師壓力大，相對命短？台灣婦產科醫學會最新調查，婦產科醫師平均壽命只有69歲，…。但衛生署統計發現，西醫及牙醫的平均壽命分別比國人多了8歲與7歲；而且…中醫師，反倒比牙醫及西醫短命6、7歲；不過，中醫師還是比國人平均長命1歲。…

台灣婦產科醫學會去年調查國內兩千五百多位婦產科醫師發現，平均執業年齡為53歲，比起其他科別醫師的44歲，婦產科醫師普遍較老；

調查也發現，婦產科醫師69歲的平均壽命，比起國內男性平均餘命76歲，還短了近7年。不過，統計專家對婦產科醫學會的算法並不認同，因為醫學會是以醫師的死亡年齡平均後，求出平均數。

這應該是平均死亡年齡，並非平均壽命(或正式稱為平均餘命)。

這種只算死不算生的算法，本來就會比平均壽命(即零歲的平均餘命)來得短命。…專家指出，所有的研究統計都已證明，社經地位、教育程度愈高者，平均壽命愈長，醫師自然較一般人長壽。

◆一方說少7歲，一方說多8歲、7歲，或1歲。怎麼回事？

◆原來常看到的平均壽命，並非平均死亡年齡，而是零歲的平均餘命。

◆內政部統計處網頁：

假設一出生嬰兒遭到某一時期之每一年齡組所經驗的死亡風險後，他們所能活存的預期壽命而言，即到達x歲以後平均尚可期待生存之年數稱為x歲之平均餘命。零歲之平均餘命特稱平均壽命(Life Expectancy at Birth)。

- 新聞報導中既已為平均壽命，確定意義為零歲的平均餘命，則“衛生署統計發現，西醫及牙醫的平均壽命...”，及最後那句就都很可笑。零歲的嬰兒，豈有社經地位，或教育程度？又怎會是醫師？此二平均壽命，應皆為平均死亡年齡。

原始資料

- 台灣婦產科醫學會2010年7月(165期)該學會的會訊“秘書長的話”(署名謝卿宏)：

  最近叫秘書整理一些婦產科醫師的現今資料，我們的平均壽命約69歲，平均執業年齡是53歲(全國醫師的平均執業年齡是44歲)，想來，頗有“廉頗老矣”之慨！看來政府再不重視婦幼這領域，未來婦幼健康堪虞！期待大家一起努力，來保住婦幼的命脈，若有任何寶貴意見，一定要立即通知學會！

◆在內政部統計處網頁常見問題：

問：生命表中之平均餘命與一般所稱平均壽命、人口平均年齡主要概念差異為何？

答：平均餘命的意義係指當年各年齡層人口依當年的死亡率，按生命表函數換算後，預期尚可存活的年數。而平均壽命則係指當年死亡人口平均生存年數。人口平均年齡係依戶籍登記出生日期計算統計期止之實足年齡之平均數。過去有人把平均餘命稱為平均壽命，這是把二者的意義混淆了。

- 平均壽命，又成為平均死亡年齡？且還特別指出，將平均餘命稱為平均壽命乃混淆。
- 過去有人，包括內政部自己？
- 內政部的 平均壽命，究竟是如何做出？

◆在常見問題中：

生命表在很多國家又稱為死亡表(Mortality Table)，它是應用某一國家或某一地區在某一年份或某一期間之真實年齡別死亡率換算為死亡機率後，再根據死亡機率來分別計算生存機率及平均餘命等生命統計函數之統計表。亦即經由生命表中之統計數字，可表達該群人口自出生至生命結束，這段過程中死亡現象的演變情形。生命表主要具有下列幾項用途：

- 1.作為瞭解國民健康狀況及零歲平均餘命之消長情形，為衡量一個國家經濟、社會福祉發展水準的重要指標之一。
- 2.作為人口學術研究分析之重要統計資料。
- 3.作為人壽保險公司精算死亡機率計算保險費率、提存責任準備金及分配保單紅利等項之參考依據。
- 4.供為各級法院、律師對於致人身體傷殘或死亡賠償之裁判重要參據。

內政部97年臺閩地區男性的生命表

表1. 97年臺閩地區男性部分生命表

年齡(a)	平均餘命(b)	平均死亡年齡(a+b)
0	75.59	75.59
1	74.94	75.97
2	74.01	76.01
3	73.05	76.05
10	66.14	76.14
20	56.35	76.35
30	46.80	76.80
40	37.64	77.64
50	29.09	79.09
56	24.21	80.21
57	23.41	80.41
60	21.09	81.09
70	14.04	84.04
80	8.59	88.59

- 平均餘命如何估計？
- 估測方法：利用97年之月別出生人數、年齡別死亡人數及98年年齡別年中人口數，以98年粗死亡率與97年粗死亡率之比值為調整參數，調整0至4歲單齡組與5歲以上五齡組之中央死亡率，其餘編算方法與歷年簡易生命表編算方式相同。以下為98年全國之零歲平均餘命估測值：

- (1)我國兩性零歲平均餘命：78.97歲，較97年之78.57歲增加0.40歲；
- (2)我國男性零歲平均餘命：75.88歲，較97年之75.59歲增加0.29歲；
- (3)我國女性零歲平均餘命：82.46歲，較97年之81.94歲增加0.52歲。

設r.v. $X \sim F$。令

$$G(x) = E(X - x \mid X > x),\ x \geq 0$$ 。

由給定$G(x),\ x \geq 0$, 可決定F：

$$F(x) = 1 - \frac{G(0)}{G(x)} \exp\{-\int_0^x \frac{1}{G(t)} dt\},\ x \geq 0$$ 。

見Meilijson(1972)，Annals of Math. Stat.。

- 統計中有各種估計法，對隨機現象，沒有那一估計法永遠正確。估計值，不必如數學求解，得完全符合。
- 但所給的估計值，與真實值之差異，不該太大(信賴區間)。
- 由內政部的說明，97年的生命表，可供98年初活著的人使用。98年男性不論任何一歲數，其死亡年齡，依內政部之估計，均超過75.59(即零歲之平均餘命，也就是平均壽命)，則98年初活著的人，其平均死亡年齡之估計值，就該大於75.59。

實際值為何？

◆內政部99年6月19日公佈的98年死亡資料中，有底下一項：

98年死亡者平均年齡為70.0歲，續呈逐年上升現象，近10年來計增加4.4歲。其中男性死亡者平均年齡為68.1歲，較女性之73.0歲少4.9歲。

男性平均死亡年齡68.1，遠低於75.59，少了7.49！

- 人們往往誤將平均壽命，當做平均死亡年齡。
- 政府公佈的平均壽命，對我們大部分的人，並無大用(只能供零歲嬰兒參考)。
- 當今的平均死亡年齡，比平均壽命少很多：

  男性少7.78(=75.88-68.1)年，

  女性少9.46(=82.46-73.0)年。
- 關心壽命長短的人，多半是上了年紀者。前一年過世者活了多久(此值較準確)，比目前才零歲的嬰兒會活多久(這是估計值)，更具參考價值？

◆本來發現自己可活多久，由75.88降為68.1，少了將近8年。

◆由生命表預估可活到80.21，比現今男性平均死亡年齡68.1，高出一大截。

◆何以內政部的生命表，若與現況對照，落差會那麼大？

◆生命表乃提供保險公司計算保險費率，如果對國人能活多久若太高估，則保險費率的訂定，不也將偏高？

◆政府各部門，他們人口估計之有效期，有時根本不超過兩年：

經建會完成最新人口推估，台灣人口將從民國111年開始零成長，較兩年前推估值提前四年，…

(99年8月17日中國時報)

- 婦產科醫師學會，公佈其族群平均死亡年齡69，相較於98年國人平均死亡年齡70.0，表面上看僅略短些。約要27歲後才能成為醫師，所以沒有那不幸短命而死者。
- 立足點較高，婦產科醫師平均死亡年齡，相較於98年國人的70.0，更明顯的偏低。至於記者質疑的只算死不算生，即記者認為，不能棄目前仍活著的婦產科醫生不顧，該一直等到他們全都過世了，才算出平均死亡年齡。

- 內政部所公佈的平均壽命(即零歲之平均餘命)，連他們自己都難以驗證。因此就算有人求出現有婦產科醫生的平均死亡年齡，今日的婦產科醫生，將無一人看得到。
- 並無醫師的平均壽命。記者說：

  衛生署統計發現，西醫(婦產科醫師也包括在其中)的平均壽命，比國人多了8歲，
- 不是引述有誤，就是衛生署的統計有問題。

4.一個問題

在一篇名為機率與文字陷阱的文章

例1.

(i)好友有二小孩，已知老大是女孩。

問：老二亦是女孩之機率？

(ii)好友有二小孩，已知有一個女孩。

問：另一小孩亦是女孩之機率？

例2.（某高中數學競試）

甲投擲兩硬幣，乙則猜朝上的面相同或相異。乙正準備要猜，丙從旁經過，說：

有一正面。

問：乙該猜相同或相異？

該文指出：

- 但再仔細想想，如果丙看到的是反面，那麼乙也要猜相異，而且猜對的機率也是2/3。
- 所以乙只要知道丙有說話，儘管乙不知丙說什麼，猜相異對的機率就是2/3。
- 那其實乙根本不需要丙幫忙，只要他猜的時候假想有一個丙走過來跟他說話，那猜相異猜對機率就比較大(因為不管丙說什麼都要猜相異)。
- 結論：投擲兩硬幣，朝上兩面相異之機率是2/3，因為一定會有正面或反面。

◆疑問：明顯有錯，因國中以來就教相同、相異機率皆為1/2。

- 最後，該文宣佈例1中的 (i)與 (ii)，及例2，其中的機率皆為1/2。
- 該文又給一例。

例3.

所有有兩個小孩且有女孩的家庭中，兩小孩皆為女孩的機率為何？

該文之結論

- 如果題目內有知道的"知"，或是有第三者當仲介給提示或條件，條件機率做出來都會錯。
- 反之，如果題目有強調"所有的"(如例3)，那麼每一情況發生的機率都相同，就可以放心的用條件機率。
- 搞了半天，是題目敘述有語病。這是文字陷阱。這題一開始的問法，應該是上題這種問法才對，只是不小心敘述錯誤，造成大問題。我想，大家往後解題，應該會多注意這種情況了。

◆類似問題

一對夫妻剛搬進某社區，只有兩個小孩，並不知性別。

某日社區管理員，見到此家之媽媽，帶著家中一小孩在玩耍。

若該小孩是女孩，求兩小孩皆為女孩之機率。

- 如何將

  見到此家之媽媽，帶著家中一女孩，

  轉化為適當機率空間中的事件？

- 究竟如何帶小孩出門？

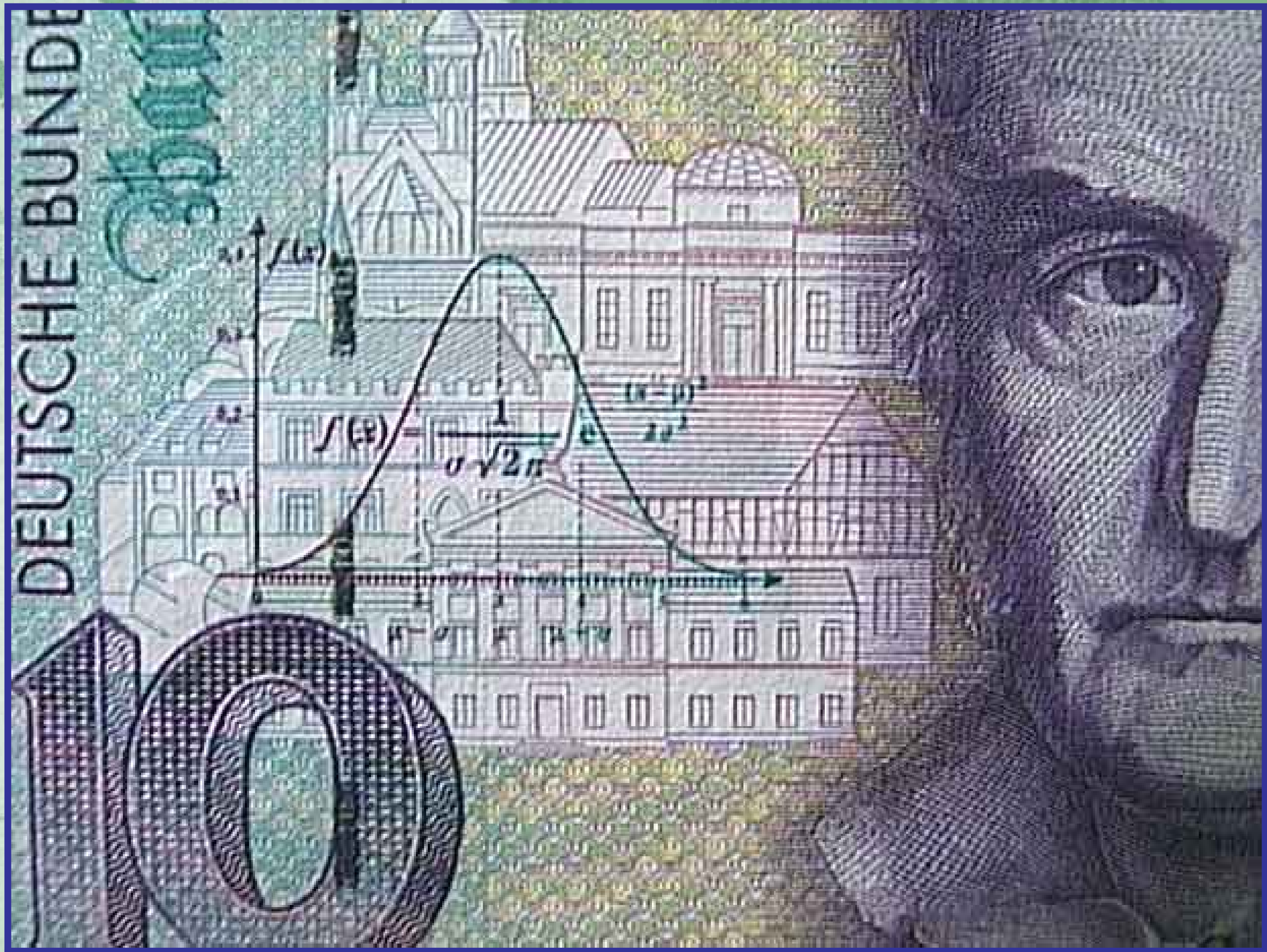
- 該事件並不等同於

  此家至少有一女孩！

- 解答：見

黃文璋(2010)。機率應用不易。數學傳播季刊34(1)：14-28。


GS1527893K8
DEUTSCHE BUNDESBANK
Banknote
10
ZEHN DEUTSCHE MARK
GS1527893K8


DEUTSCHE BUNDE

謝謝各位！


Schnitzelbank