

測謊裡的機率

黃文璋

國立高雄大學統計學研究所

某公司有一項重要業務機密外洩，因無人承認，安全主管遂提議以測謊來找出洩密者。公司員工紛紛緊張起來，安全主管卻不以為然，他認為如果沒洩密，何必擔心？抗拒測謊，顯然是心虛。但真的如此嗎？

測謊的準確度有多高？不妨先以 9 成計。假設共有 100 人經手該項業務，且其中僅 1 人洩密。因測謊不準的機率為 0.1，經測謊後，無辜的 99 人中，平均有 9.9 人會顯示洩密；而唯一的洩密者，有 0.9 的機率會被測出，有 0.1 的機率不會被測出，即平均有 0.9 人會顯示洩密。所以 100 人全測畢後，平均共有 $10.8(=9.9+0.9)$ 人顯示洩密。測謊後被認為可疑者，平均有 10.8 人，但其中平均僅有 0.9 人洩密，也就是洩密者還不見得在裡面。因此經測謊後，每一位可疑者，只有 $0.9/10.8(=1/12)$ 的機率洩密。此值才約 0.083，與一開始所宣稱，測謊之準確度高達 9 成，落差很大。更不要說，有時真正犯罪者，經驗豐富，較能打敗測謊；而有些無辜者，較誠惶誠恐，反而通不過測謊，那誤差就更大了。因此測謊的效果，絕不可高估。至於如果洩密者，並不在那 100 位經手業務的人中，洩密乃經由其他管道，則 100 位都沒洩密者，經

測謊將產生約 10 位無辜的可疑者，這時恐將難以收場了。再來看，如果測謊的準確度沒有 9 成那麼高，譬如說只有 8 成，那就更令人擔憂了。因測謊後，每一位被認為可疑者，只有 $0.8/20.6$ ，即約 0.034 的機率洩密。

由機率 0.9 降至 0.083，便涉及條件機率。準確度 0.9 的意思是， $P(\text{顯示洩密}|\text{實際洩密})=0.9$ ，及 $P(\text{顯示未洩密}|\text{實際未洩密})=0.9$ 。但受測者更關心的，並非此二條件機率，而是另一條件機率 $P(\text{實際洩密}|\text{顯示洩密})$ ，這正是我們剛求出的那一不大的機率值 0.083。要知機率率值會變，乃機率的特性。人們平常做判斷也是如此，獲知某資訊（新條件）後，判斷的機率值可能改變。有敲門聲，是男是女？若沒有其他資訊，大抵以為男女的機率各為 $1/2$ 。但若聽到有像是穿著高根鞋的腳步聲走近，則大概將猜 8 成是女的。即對二事件 A 與 B ，給定 B 之下， A 的條件機率 $P(A|B)$ 不一定等於 $P(A)$ 。而且 $P(A|B)$ 與 $P(B|A)$ 的值，也可能差異很大。

有人可能好奇，牽涉到受測者的權益，當然該重視 $P(\text{實際洩密}|\text{顯示洩密})$ ，那 $P(\text{實際未洩密}|\text{顯示未洩密})$ 又是多少？在測謊準確度 9 成下，仿前述作法，可得此機率為 $99 \times 0.9 / (99 \times 0.9 + 1 \times 0.1) = 89.1 / 89.2$ ，很接近 1。那是否表示，測謊對未洩密者之偵測較可靠？並不盡然。直觀上，此條件機率是該很大。因全部 100 人中，有高達 99% 未洩密，所以不論如何將這 100 人分類，任一類中。本來就有很高的比例，屬於未洩密者。甚至，就算測謊的準確度低到 1 成，此時 $P(\text{實際洩密}|\text{顯示洩密})$ 會更低，為 $0.1/89.2$ ，即約只有 0.0011；

至於 $P(\text{實際未洩密}|\text{顯示未洩密})$ 則等於 $9.9/10.8$ ，仍高到約 0.92。

由上述測謊裡的機率可以理解，對發生機率較小的事件，凡涉及條件機率，都得很謹慎地處理。否則如罕見疾病，看似正確性高的診斷儀器，誤判率卻可能超乎想像的高。我們再給一例。某公司有 1 萬員工，年終尾牙頭獎是一輛價值百萬元的汽車。假設 M 君中了頭獎，該懷疑他作弊嗎？因 $P(\text{M 君中頭獎}|\text{M 君沒作弊})=0.0001$ ，相當低的機率。若僅是這樣就懷疑，那就將經常疑神疑鬼了。事實上，任一人會中頭獎的機率，雖才萬分之 1，但因有 1 萬人參與抽獎，有人中頭獎，乃屬必然。另一方面，從 M 君的角度，要能讓他心服有作弊嫌疑，該接受調查，乃是 $P(\text{M 君沒作弊}|\text{M 君中頭獎})$ 很小。但如前所述，這完全是另一條件機率。