布萊恩連 15 投不進

黃文璋
國立高雄大學應用數學系、統計學研究所

所謂 NBA，是 National Basketball Association(美國國家籃球協會)之簡稱。分屬東區及西區兩個聯盟(Conference)，每聯盟各有三組(Division)，每組有五支球隊。在全部共 30 支球隊中，有 29 支為美國球隊，另一支則是來自加拿大的多倫多暴龍(Toronto Raptors)隊。

NBA 正式比賽於每年 11 月的第一個星期二開始，分為例行賽和季後賽。在例行賽裡，每支球隊要出賽 82 場(2011-12 年度，由於勞資糾紛，球季延至 12 月 26 日才正式開始，因此每隊只有 66 場例行賽)。例行賽到次年的 4 月底結束，每聯盟的前 8 名，及未列入前 8 名的各組冠軍(此情況很少)，將有資格進入季後賽。參加季後賽，是每支球隊的年度首要目標。季後賽抓對廝殺，採七戰四勝淘汰制，共分四輪，最後一輪由兩個聯盟的冠軍，爭奪年度總冠軍。

因林書豪的關係，很多國人開始關心 NBA 的新聞。而只要有心，從中多少可學到一些機率。例如，林書豪所屬的紐約尼克(New York Knicks)隊，例行賽的勝率不過比五成多些，但不時發生連勝多場，或連敗多場，而非勝 1 敗 1 的交錯。讓人有時對他們寄與厚望，覺得冠軍就在眼前；有時卻連他們能否進入季後賽，都擔心不已。但機率理論告訴我們，這其實是正常的。只要用投擲公正銅板來模擬，便可知

連勝或連敗的現象，才是常態。可參考黃文璋(2006)一文的圖 1。

2012 年 3 月 31 日，洛杉磯湖人(Los Angeles Lakers)隊的布萊恩(Kobe Bryant，1978–)，在主場對紐奧良黃蜂(New Orleans Hornets)隊，創下前 15 次出手皆落空的紀錄。這位有小飛俠之稱的好手，歷來已立下不少輝煌的紀錄。例如，2005 年 12 月 20 日，布萊恩於對戰達拉斯小牛(Dallas Mavericks)隊時，僅上場 3 節(一場比賽有 4 節)，便攻下 62 分，而小牛隊前 3 節，得分才不過 61。真是一夫當關，萬夫莫敵。另外，2006 年 1 月 22 日，在主場對多倫多暴龍隊，布萊恩得到個人生涯單場最高的 81 分。他目前不但在 NBA 史上總得分排行榜名列第五，更是現役球員中，唯一總得分超過 29,000 分者。又雖已年過 33，但 NBA 的 2011–12 年度每場平均得分王，並非別人而是布萊恩。果真寶刀未老。

這樣的好手，繳出他生涯最差的先發表現，當然成為媒體追逐的焦點。面對批評，布萊恩回答“這可不是隨便就發生的事，就像我拿 81 分的那場比賽一樣！”底下我們來看，對布萊恩而言，連 15 投不進，究竟有多罕見？

依媒體報導，布萊恩在 NBA 的生涯，至該場共出賽 1,155 場，每場平均出手約 23.5 次，平均命中率則約為 0.42。為了簡化，就假設布萊恩每場都出手 23 次，且命中率為 0.42。以 A 表布萊恩在一場比賽中，出現“至少連續 15 次出手落空”的事件，其機率以 $P(A)$表之。因並非只有恰好連 15 次出手全落空才會受到矚目，更多次連出手落空，將令人更

訝異，這是我們考慮“至少”連 15 次落空的原因。A 包含連 16 次，連 17 次，…，甚至全部 23 次出手皆落空。而一串連 15 次落空，可能發生在始自第 1 至第 15 次(出手)，始自第 2 至第 16 次，…，始自第 9 至第 23 次，共 9 類情況。連 15 次落空後，不論進球或不進球，便都無妨，因都已歸屬事件 A 了。但那連 15 次的前 1 次出手，必須是進球，否則連續落空的歸類，便要屬於開始更早。例如，對第 3 類，即始自第 3 至第 17 次連落空，其第 2 次出手一定是進球，不會是落空，但第 1 次出手則可以是進球也可以是落空。從第 2 類至第 9 類，那 8 類都是這種情況。至於第 1 類，則因始自第 1 次出手，故並無前 1 次。又因每次進球機率 0.42，落空機率 0.58，故得

$$P(A) = 0.58^{15}+8\times0.42\times0.58^{15}\text{。}$$

$P(A)$約為 0.00123283908，即將近 1000 分之 1，並不算大。也就是布萊恩在某特定的一場球賽裡，會發生連續 15 次出手落空，的確如他所言，為一罕見事件，不是隨便就發生。但會為球迷及媒體所重視，當然並不限某一特定的賽事。我們已求出 $P(A)$，因此 A 未發生的機率為 $1-P(A)$，此值約為 0.99876716，很接近 1。由此得在布萊恩生涯 1,155 場的比賽中，A 皆未發生之機率為

$$p = (1 - P(A))^{1,155}\text{，}$$

p 約為 0.240554792。故在 1,155 場裡，A 至少發生 1 次的機率為 $1 - p$，即約 0.759，為一不算太小的機率。

底下我們仍考慮簡化下的情況。假設 NBA 的 30 支球隊裡，每隊都有一位能與布萊恩相匹比的明星球員，命中率同為 0.42，生涯同樣出賽 1,155 場。則仿上述討論，此 30 位明星球員，會有某一位在其生涯中，發生於一場比賽裡，至少連續 15 次出手落空的事件，其機率為

$$1 - ((1 - P(A))^{1,155})^{30} = 1 - (1 - P(A))^{34,650} 。$$

雖 $1 - P(A)$ 很接近 1，但經過 34,650 次方，便幾乎是 0 了，約為 2.73×10^{-19}。換句話說，對 NBA 的球迷，要看到好手凸槌，幾乎可說是必然。

另一方面，布萊恩為 NBA 史上單場 3 分球命中數最多的保持人(12 個，2003 年所創)，總共的罰球命中數則排第 4(截至 2012 年 4 月 7 日止有 7,398 個)，因此若發生諸如連續 18 次 3 分球失手，或連續 10 次罰球落空的事件，同樣會引人注目。亦即僅就布萊恩而言，便有各式各樣的罕見事件。更不要說 NBA 有 30 支球隊，共數百位球員，因此在每年的 1 千多場比賽裡，某罕見事件的發生，可說一點都不稀奇。

最後，在相同的假設下，布萊恩發生“至少連續 14 次出手落空”的事件，其機率約為 0.932，比原先的 0.759 大了不少；若再放寬，改為連續 13 次出手落空，對布萊恩而言，這也算罕見了，此機率則約為 0.994，相當接近 1。

參考文獻

1. 黃文璋(2006). 決策的誤差。數學傳播季刊，30(3)：66–79。