

必然性與隨機性

黃文璋

國立高雄大學應用數學系

1 必然性

由於環保意識的提高，人們對生存的環境—地球，愈發想了解。地球科學因而成爲中學裡一門必修的課。在國立編譯館主編的國民中學地球科學教科書上冊(民國八十七年改編本九版)，有下述一段話(見pp.2-3):

宇宙是地球存在的環境，要想明瞭地球表面的種種作用和地球的歷史，也得討論地球在宇宙中的地位，以便明白各天體對地球的影響；例如月球運行影響海水的潮汐，太陽表面活動關係著地球能量的平衡等等。宇宙中天體運行看似繁複，其實是各有所求，井然有序的。易經「天行健，君子以自強不息」中的「健」字，不正是強調這種規律性和永久性嗎？

對自然的探索，了解宇宙的奧秘，一直是人們所追求的。遠在夏朝，夏人便根據月球的運行而制定了陰曆，一年共12個月，且已知道用閏法，並將一年分爲春夏秋冬四季。到了商朝，除了可推測月蝕之發生，又以365又1/4日爲一年，每年分爲12個月，大月30日，小月29日，剩餘的日數設閏月。商代並且用天干和地支相配來記日，60日爲一周，周而復始。這種記日法，經過三千多年，毫無錯誤。

古人的耐心及觀察力是令人佩服的。由於長時間的觀測，他們發現天

體運行的許多規律性。諸如太陽的突然不見了，並非老天發怒，或被天狗吃掉了(因此不用敲鑼打鼓把太陽叫出來)，而是因星球運轉下之一可預期的日蝕天文奇景。

由於自然現象影響著我們的生活，所以人們對“掌管”著這一切變化的上天是極敬畏的，總是盡量討好上天。而各種特殊的自然景象如久不下雨或各種祥瑞，也往往被賦予特殊的意義。例如，在二月河(1994)p.221，史貽直認為“京師久旱不雨乃是因朝有奸臣”。又在二月河(1997)p.150，乾隆皇帝南巡時，特地至儀徵城觀賞三株老槐合抱迎春的祥瑞。皇太后見了，口中唸唸有辭“佛祖有靈，保佑我大清國祚綿長，子孫繁昌！觀世音菩薩有靈，祐護皇帝皇后天下子民熙和安康！”將久旱不雨及三槐抱春，視為上天要傳達給人們某類訊息。

哈雷(Halley, 1656-1742)為英國的天文學家和數學家。他在西元1705年出版“彗星天文學論說”(A Synopsis of the Astronomy of Cometes)，書中指出，西元1531, 1607及1682年觀測到的彗星，實際上是同一顆，他並預測該彗星將在西元1758年末再次回歸。他的預言果然為真。世人為了紀念哈雷的貢獻，遂將該彗星命名為哈雷彗星。後來天文學家發現，其實自西元240年起，每隔76年左右出現的那顆彗星，都是哈雷彗星。歷史上哈雷彗星的出現往往受到當時世人的重視，並有許多穿鑿附會，但自此人們知道它的出現原來是如此的有規律。

由於前有古人，後有來者，一代一代對知識的追求，宇宙間很多規律性(不只是天體運行)，逐漸被人們了解。以數學為例。大家在中學學過平面幾何學，平面幾何學裡有各種關於圖形的規律性。信手拈來，三角形內角和為180度，直角三角形兩股平方和等於斜邊平方(即畢氏定理)。較複雜一點的如三角形之三內角平分線交於同一點，重心(三中線的交點)距任一頂點距離為對應中線長之三分之二，垂心、重心及外心三點共線等。我們不但對幾何圖形裡那種毫無例外的性質感到神奇，更驚訝於前人是如何發現的？尤其這些發現，多半源自距今兩千五百多年前，古希臘時代的畢達哥拉斯(Pythagoras, 約西元前580-500年，畢氏定理即以他命名)。而後歐幾里得(Euclid, 約西元前375-300年)，把從畢達哥拉斯及其追隨者等

先輩開創出來之工作，有系統的整理成幾何原本(Elements)一書。此書至少到十九世紀非歐幾何學出現之前，一直是平面幾何學的推理、定理和方法的主要源泉，今日中學平面幾何學裡的内容大約都不超過該書的範圍。

畢達哥拉斯的時代略早於孔子(西元前551-479年)，歐幾里得的時期則為中國的戰國時代。平面幾何學除了教我們眾多圖形的性質，我們的邏輯推演能力也多半奠基於此門課。而這竟然是距今這麼久之前就已被那些聰明的人發現了。想想那是個沒有紙筆的時代，真不知當時的數學家是如何畫圖，以及如何能這麼地觀察入微。不過與其歸根於觀察力，還不如說是他們抽象思考的能力很好。要知在數學裡並不需眼見為實。數學家自有一套思想體系，在這套體系裡，他們有公認的如何判定一事為真的方式。

在幾何原本第九卷的最後一命題為完全數(perfect number)的討論。所謂完全數即一數等於小於它的所有因數的和。6是第一個完全數， $6=1+2+3$ 。28是第二個完全數， $28=1+2+4+7+14$ 。古希臘時覺得這些數字具有特別的象徵和神秘的意義。6也確實與宗教裡的一些完美性相關連。在西方聖經的創世記裡記載，上帝在六天內創造了世界，因此古代人認為6是一個很完美的數字。目前的曆制，一星期有7天，一個月是4星期(即28天)又多一些，28也是一為人所樂意接受的數字。古希臘時代只知道四個完全數，在幾何原本第九卷的最後一句話寫著“6, 28, 496, 8,128等皆是完全數”。歐幾里得發現，這四個完全數皆可表示成 $2^{n-1}(2^n - 1)$ 的型式， n 分別為2,3,5,7。

歐幾里得也看出當 $n = 2, 3, 5, 7$ 時， $2^n - 1$ 皆為質數(一大於1之整數，若除了1與本身外無其他因數便稱質數)。這項觀察使他在幾何原本裡證明了下述定理:若 $2^n - 1$ 為一質數，則 $2^{n-1}(2^n - 1)$ 為一完全數。

歐幾里得給出了找偶完全數的充分條件，但是否尚有其他偶完全數呢?歐幾里得之後約兩千年，大數學家歐拉(Euler, 1707-1783)，給出了找偶完全數的必要條件:偶完全數必呈 $2^{n-1}(2^n - 1)$ 的型式，且 $2^n - 1$ 為一質數。

至此人們知道偶完全數是如何產生的，毫無例外的，就是 $2^{n-1}(2^n - 1)$

的型式，且 $2^n - 1$ 為一質數。偶完全數的尋找至今方興未艾。近年來，由於網際網路的興起，加速了偶完全數的誕生。至西元2003年，共已知39個偶完全數(其中前37個見黃文璋(1999)第一章)。至於是否有奇完全數存在呢？仍然未知。

費馬最後定理(Fermat's last theorem)，這可能是數學裡最吸引人的定理。歷史上，沒有一個數學的問題，其敘述是如此簡單，但受到的重視卻又無與倫比。

費馬(Fermat, 1601-1665)為法國人，職業是律師，業餘時研究數學。費馬死後，西元1670年，他兒子整理他的筆記及文稿，發現他在一本書的頁邊寫著“另一方面，將一立方數分成兩個立方數，或將一四次方數分成兩個四次方數，或一般地，除了二次方外，任意次方數皆不能分成兩個同次方的數。我已發現一絕妙無比的證明，但此頁邊不夠大無法寫下。”後人推測此段話約寫於西元1637年。費馬的意思即方程式

$$x^n + y^n = z^n$$

當 $n \geq 3$ 時，除了 $x = y = z = 0$ 外，沒有整數解。這就是花了許多著名數學家無數的心血，歷經三百五十餘年，在西元1994年，才被年輕數學家Wiles所解決的費馬最後定理。

諸位看，對每一 $n = 3, 4, 5, \dots$ ，除了 $x = y = z = 0$ 之外， $x^n + y^n = z^n$ 皆無整數解。費馬怎麼看出來的固然令人匪夷所思，但這種斬釘截鐵的結果卻一向是數學家所喜愛的。

不論宇宙間的各種變化，以及科學裡的各種現象，長久以來人們所追求的及所突破的，可說大抵都是必然性。如天體運行的規律性、幾何學裡種種美妙的性質、偶完全數一定是什麼型式，及某類方程式一定無解等，皆屬必然性的例子。至於不是必然性的，如明天會不會下雨就不清楚了，雖然我們可準確地算出哈雷彗星下次來的時間。又如讓手上的銅板以自由落體的方式落地，則那一面朝上，並無法預知，雖只要高度固定，我們可準確算出落地所需時間(這是中學裡物理課程的內容)。所以在非必然性方面，有很長一段時間，人們即使不是繳白卷，成就也是很侷限。

2 隨機性

上節提過自古以來，人們對宇宙中的必然性探討的頗為成功。很多困難的問題都一一被瓦解，很多不易查覺的必然性，也一一被認出了。但對於非屬必然性，也就是隨機性，顯然並未能充分掌握。甚至有不少人忽略隨機性的存在，而只知必然性，並因而堅信定命論(determinism)，認為一切都是上天註定(近來此想法略有改變，有一陣子台灣很流行一首曲名為“愛拼才會贏”的歌，其中有句“三分天註定，七分靠打拼”)，只是我們不知老天的旨意。由於不知自己的未來，每逢天災發生，難免要拜神求福。即使是今日，算命、風水、星座、姓名筆畫、生辰八字及紫微斗術等，是許多人所相信的。做重要的事之前，也往往選個黃道吉日。

事實上整個宇宙的運行，穿插著必然性與隨機性。由於疏忽或不了解隨機性，才會想不透廟裡供奉一向很靈的菩薩為何現在不靈了？明明是八字很配的婚姻，為何玫瑰戰爭(The War of the Roses, 1485, 由邁克道格拉斯(Michael Douglas)和凱薩琳透納(Kathleen Turner)主演)不停。

我們來翻閱前面提過的，影響西方文明極大的聖經，並引述其上的一些記載。在創世記(舊約聖經第一卷書，有些人認為舊約聖經不過是古代一遊牧民族希伯來人(Hebrew)的聖書，而創世記只是記載著一些神話故事。但在西方至今仍有很多人相信創世記所述的宇宙起源的過程)有如下描述創造天地的來歷及人類犯罪的經過。

第二章:耶和華神將那人安置在伊甸園，使他修理看守。耶和華神吩咐他說“園中各樣樹上的果子，你可以隨意吃，只是分別善惡樹上的果子，你不可以吃，因為你吃的日子必定死。”

耶和華神說“那人獨居不好，我要為他造一個配偶幫助他。”

第三章:耶和華神所造的，惟有蛇比田野一切的活物更狡猾。蛇對女人說“神豈是真說不許你們吃園中所有樹上的果子嗎？”

女人對蛇說“園中樹上的果子，我們可以吃，惟有園當中那棵樹上的果子，神曾說‘你們不可吃，也不可摸，免得你們死。’”

蛇對女人說“你們不一定死(You will not surely die)，因為神知道，你

們吃的日子眼睛就明亮了，你們便如神能知道善惡。”

於是女人摘下果子來吃，又給她丈夫，她丈夫也吃了。他們二人的眼睛就明亮了，才知道自己是赤身露體，便拿無花果樹的葉子，為自己編做裙子。

天起了涼風，耶和華神在園中行走。那人和妻子聽見神的聲音，就藏在園裏的樹中，躲避耶和華神的面。耶和華神呼喚那人，對他說“你在哪裡？”

他說“我在園中聽見你的聲音，我就害怕，因為我赤身露體，我便藏了。”

耶和華說“誰告訴你赤身露體呢？莫非你吃了我吩咐你不可吃的那樹上的果子嗎？”

那人說“你所賜給我，與我同居的女人，她把那樹上的果子給我，我就吃了。”

耶和華神對女人說“你做的是什麼事呢？”

女人說“那蛇引誘我，我就吃了。”

耶和華神對蛇說“你既做了這種事，就必受咒詛，比一切的牲畜野獸更甚；你必用肚子行走，終身吃土。我又要叫你與女人彼此為仇；你的後裔和女人的後裔也彼此為仇。女人的後裔要傷你的頭；你要傷他的腳根。”

又對女人說“我必多多增加你懷胎的苦楚，你生產兒女必多受苦楚(With pain you will give birth to children)。你必戀慕你丈夫，你丈夫必管轄你。”

又對亞當說“你既聽從妻子的話，吃了我所吩咐你不可吃的那樹上的果子，地必為你的緣故受咒詛。你必終身勞苦，才能從地裏得吃的。地必給你長出荊棘和蒺藜來，你也必吃田間的菜蔬。你必汗流滿面才得餬口，直到你歸了土，因為你是從土而出的。你本是塵土，仍要歸於塵土。”

亞當給他妻子起名叫夏娃，因為她是眾生之母。

耶和華神為亞當和她妻子用皮子做衣服給他們穿。耶和華神說“那人已經與我們相似，能知道善惡。現在恐怕他伸手又摘生命樹的果子吃就永遠活著(He must not be allowed to reach out his hand and take also from

the tree of life and eat, and live forever)。”耶和華神便打發他出伊甸園去，耕種他所自出之土。於是把他趕出去了。又在伊甸園的東邊安設基路伯，和四面轉動發火焰的劍，要把守生命樹的道路。

第四章：有一日，那人和他妻子夏娃同房，夏娃就懷孕，生了該隱，便說“耶和華使我得了一個男子。”又生了該隱的兄弟亞伯。

我們不厭其煩地引了一大段聖經，也許中間有些不太明白處，譬如說什麼叫基路伯？不過這不要緊（你看過法櫃奇兵(Raiders of the Lost Ark, 1981)嗎？基路伯乃安裝在法櫃施恩座上，詳見出埃及記第二十五章），整段大致的意思應是不難了解的。我們要指出的是，依照聖經的記載，上帝(或稱耶和華、神)是會改變主意的。不論你是否是基督徒，可能都會覺得這樣說似乎有些大逆不道。如此至高至聖的上帝怎會改變主意呢？愛因斯坦(Einstein, 1879-1955)就曾說“上帝是不玩骰子的(God does not play dice)”，更何況改變主意？

其實正因為上帝是萬能的，依據基督徒相信的聖經之記載，我們才推斷上帝極可能是會改變主意的。

諸位想想，能創造天地萬物，說要有光就有了光的上帝，會不知道蛇背著祂所做的事？較合理的解釋，是上帝有時會改變主意。創造出一個亞當，後來覺得“那人獨居不好”。與其認為上帝對自己所做的事，後來會有覺得不夠完美的時候(有祂以為“不好”的事)，還不如認為上帝有時會有新的想法。有了配偶後的亞當生活可能多些變化了，但上帝卻想讓他們離開伊甸園，以過更豐富的生活，於是蛇出現了。以後的一切所為，不過是按著上帝的“劇本”(看過楚門的世界 (The Truman Show, 1998)嗎？這是由金凱瑞(Jim Carrey)所主演的一部二十四小時播送的人生戲劇。在片中整個鎮其實是一個巨大的片廠，到處佈滿隱藏式攝影機。鎮中居民，除了金凱瑞不知情外，其餘都是演員)進行。至於對女人的處罰，是要多增加她懷胎的苦楚，也可視為上帝希望他們有後代(With pain you will give birth to children)。否則光他們二人，就算能長生不老，日子可能也是單調無比。此番解釋，並非我們異想天開。大家看，上帝起初只禁止他們吃分別

善惡樹上的果子，而未禁止他們吃生命樹的果子(只是他們大約還沒吃到)，但後來卻說“恐怕他伸手又摘生命樹的果子吃就永遠活著”。上帝想法改了，不想讓他們永遠活著，才打發他們出伊甸園，緊接著就記載讓他們有後代(否則他們二人死後故事就沒有後續了)，真是一氣呵成。對亞當的處罰，也實在算不上是處罰。因上帝已準備將亞當與夏娃打發出伊甸園去，日後他們當然得勤奮工作才能養活自己。此正如父親要兒子去闖天下前，總有一番訓勉，告訴他江湖多險惡，及少壯不努力老大徒傷悲等。

我們只要看上帝還為亞當及夏娃做衣服，就知上帝那真為他們吃了分別善惡樹上的果子，有智慧、眼睛明亮後，知道自己赤身露體而生氣。萬能的上帝，會不知亞當及夏娃吃了分別善惡樹的果子？會需要問你在那裡？誰告訴你赤身露體？莫非你吃了我吩咐你不可吃的那樹上的果子？你做的是什麼事？聖經是人記載的，會認為上帝真有這些疑問，未免將上帝人性化了。尤其一開始上帝還特別叮嚀亞當不要吃分別善惡樹上的果子，因為吃了必定死。這一方面在此地無銀三百兩(園中果樹顯然極多，連生命樹的果子都尚未吃到，上帝若不講，他們還不知何時才會吃到分別善惡樹的果子)，一方面夏娃寧可相信蛇的話“你們不一定死”。簡直是沒把上帝放在眼裏。再看看上帝在將亞當及夏娃趕出伊甸園後所採取的安設基路伯及火焰的措施，難道上帝一開始沒想到對分別善惡樹採取一些防護嗎？如果後來的發展不是祂所要的，萬能的上帝可在事先阻止的。

這所有的一切，較合理的解釋，且是基於相信上帝是萬能，乃是上帝會改變主意，或者說上帝享受具有隨機性的樂趣(在創世記第六章，耶和華說“我要將所造的人和走獸，並昆蟲，以及空中的飛鳥，都從地上消滅，因為我造他們後悔了。”唯有挪亞在耶和華眼前蒙恩。於是耶和華降下洪水氾濫在地上四十天，只留下挪亞和那些與他同在方舟裏的，其餘皆消滅。可見上帝有時還如同下棋一般，重新來一遍)。祂所設計的世界，讓銅板自定點落地所需時間為定值(必然性)，但那一面朝上卻讓你無法事先確定(隨機性)。整個宇宙，四時的運轉，既遵循必然性，又處處會遇著隨機性。以人為例，每個人具有相同的器官(除了男女有別之外)，但每個人的個性及能力卻又不太一樣。與生具有的智能，讓人們可解決一些必然性

的問題(如吃飯、走路等),但每個人天賦及機運的不同,導致大異其趣的一生。我們可以這麼說,由於知道天地間有許多必然性,因此誘發人們勤奮向上(努力總有些成果),而隨機性又讓生活充滿著變化(永遠有不可測的事發生)。必然性中夾雜著隨機性,會使努力的過程中,不是那麼瑣然無味。光有必然性的世界是沒有樂趣的。有些人到了某個年紀後,便只將希望寄託在兒女身上,即是因覺得自己已沒有什麼可盼望的了。又再過幾年,可能更意興闌珊,因認為自己往後的歲月,已不太具隨機性,不會有多大變化了。

本節最後我們再舉一上帝行事喜愛採取隨機而為的例證。在新約聖經約翰福音第十九章記載:兵丁既將耶穌釘在十字架上,就拿他的衣服分為四分,每兵一分;又拿他的裏衣,這件裏衣原來沒有縫兒,是上下一片織成的。他們就彼此說“我們不要撕開,只要拈鬮,看誰得著。”這要應驗經上的話說“他們分了我的外衣,為我的裏衣拈鬮。”

所謂“經”是指舊約詩篇第二十二篇第十八節。諸位看,連耶穌死後,兵丁分他的裏衣,都要安排(因詩篇早就預言)成拈鬮的方式。

3 應隨機以恆周

在三國演義第五十七回,周瑜死後,魯肅對孫權說“肅碌碌庸才,誤蒙公瑾重薦,其實不稱所職,願舉一人以助主公。此人上通天文,下曉地理;謀略不減於管樂,樞機可並於孫吳。往日周公瑾多用其言,孔明亦深服其智。現在江南,何不重用?”權聞言大喜,便問此人姓名。肅曰“此人乃襄陽人姓龐,名統,字士元,道號鳳雛先生。”權曰“孤亦聞其名久矣,今既來此,可即請來相見。”於是魯肅邀請龐統入見孫權,施禮畢,權見其人濃眉掀鼻,黑面短髯,形容古怪,心中不喜,乃問曰“公平生所學,以何為主?”統曰“不必拘執,隨機應變。”權曰“公之才學,比公瑾如何?”統笑曰“某之所學,與公瑾大不相同。”權平生最喜周瑜,見統輕之,心中愈不樂,乃謂統曰“公且退,待有用公之時,卻來相請。”統長歎一聲而出。魯肅曰“主

公何不用龐士元?”權曰“狂士也,用之何益?”

公瑾即周瑜,管樂爲管仲與樂毅。孫即孫武,春秋時齊人,助吳主闔廬稱霸諸侯,著有孫子十三篇;吳即吳起,戰國時衛人,任楚相,著有吳子六篇。因孫權不用,龐統遂投劉備。

在金庸(1996a)p.993,張三丰傳張無忌太極劍法。張三丰一路劍法使完後問道“孩兒,你看清楚了沒有?”張無忌道“看清楚了。”張三丰道“都記得了沒有?”張無忌道“已忘記了一小半。”張三丰道“好!那也爲難了你。你自己去想罷。”張無忌低頭默想。過了一會,張三丰問道“現在怎樣了?”張無忌道“已忘記了一大半。”張三丰再使一遍,和第一次使的竟然沒一招相同。使畢問道“孩兒,怎麼啦?”張無忌道“還有三招沒忘記。”張三丰點點頭,收劍歸座。張無忌一面沈思一面踱圈子後,抬起頭來,滿臉喜色,叫道“這我可全忘了,忘得乾乾淨淨的了。”張三丰道“不壞,不壞!忘得真快,你這就請八臂神劍指教罷!”

所謂隨機應變,乃“隨事機之變化而靈活應付”。不拘泥招術,隨機應變,本來是一極高境界(如張無忌之忘掉太極劍法所有招術)。總不要像飛狐外傳(見金庸(1996b)p.116)所述“那遊身八卦掌一出手就是連續的四八三十二招,王劍英越打越是急躁,卻連手指尖也碰不到胡斐身上。趙半山看得暗自嘆息‘這人徒學父藝,只知墨守成法,臨敵時不能隨機應變,另創新意,看來王維揚是後繼無人了’”。奈何“形貌奇偉,骨格非常,乃大貴之表,又享高壽”(三國演義第二十九回所描述)的孫權,既落入以貌取人之窠臼,兼且視自認隨機應變者爲狂傲,而平白失去了一謀士將才。

各位也看過水滸傳吧!在水滸傳第三回,趙員外送魯智深至五臺山的文殊院安身避難。文殊院原是文殊菩薩的道場,魯智深喝了酒,大鬧五臺山,將文殊院山門外的左右兩座金剛都打倒了。

顯通寺,爲五臺山現存最早最古及最大的寺院。由於五臺山是文殊菩薩演教和居住的地方,所以在五臺山的寺院中,都以供奉文殊菩薩爲主。大文殊殿即爲顯通寺的第二進殿宇,其殿外有幅對聯,上聯爲“德相非空非有應隨機以恆周”,下聯爲“法身無去無來住寂光而不動”。

位於山西的五臺山,爲我國四大佛教聖地之一(另三爲四川峨眉山、浙

江普陀山及江西九華山), 而文殊是管智慧的菩薩。應隨機以恆周! 原來不但西方聖經裡的上帝是以隨機性來料理世界, 東方佛教裡的智慧菩薩, 也向我們強調隨機的重要。

另外, 最近有一本張定綺譯(1998)的“與天為敵”。此書號稱運用或然率、抽樣原理、趨均數回歸、博奕論、決策模式等數理統計技術, 將投資風險逐一量化, 納入理性的控制與管理, 以小博大, 趨吉避兇, 天威不再難測, 人類的未來得以擺脫諸神恣意的作弄。

與該書看法不同, 我們以為千萬不要想與天為敵(該書英文名為Against the Gods)。諸如人定勝天的想法也最好不要有(過去台灣以人定勝天自豪, 大量開墾山坡地, 幾次颱風後應已醒悟)。趨吉避凶也是奢望(還不如求逢凶化吉務實)。我們所能做的是了解上天有那些必然性的作法, 也設法儘量了解上天隨機性的作法中, 是否亦有一些“法則”(law)的存在。隨機就是隨機, 但中間是否有些讓我們能掌握的呢? 所謂無序中的有序, 我們能夠做的, 便是在看似無序的事務裡, 理出一番秩序來, 而不是想將隨機性消去。

民國87年9月9日, 中國時報第1版有一則標題如下之報導:

中共若能降低對我敵意 減少不確定性
總統:戒急用忍就不是問題

內容:李登輝總統昨日再度強調戒急用忍政策的正確性。他指出, 中國大陸正處於一個結構性轉變的關鍵時刻, 中共當局的政策方向充滿不確定性, 如果有一天中共當局對我的敵意降低, 或是不確定性減低了, 到時候戒急用忍或是三通都不再是問題, 很快就可以解決。… 李登輝總統一直強調“不確定的原理”。他說, 牛頓的理論說水“一定”會從高處往低處流, 但牛頓忘記了觀察的人並沒有在這個理論裡面。他表示, 要客觀的認識世界, 就要把“人”的因素考慮進去, 未來怎麼走, 如何擺脫命運, 要靠一個人的意志來決定。… (記者徐孝慈)。

希望各位已了解, 試圖要求不確定性能減低, 或以為可擺脫命運, 與想

人定勝天一樣，皆非明智之舉，也是不可能達成的。話又說回來，難道台灣政治上的不確定性又少了嗎？對李登輝總統心中在想什麼的猜測，又何時曾停止？

4 隨機思考論

從小我們便不斷地在學習，學習除了讓我們得到一些知識，並將這些知識化為工具外，也能令我們更會思考。你可能會說：那個人不會思考呢？事實上，我們最需要的是邏輯思考、抽象思考、創意思考及隨機思考的能力。關於邏輯思考，可參考黃文璋(1999)第八章。而如本文第1節提及的，多學點數學應可讓自己增進抽象思考的能力。創意思考的能力則是較困難的，除了後天長期有效的訓練，可能多半要倚賴天賦。當然也不是修一門由本身創意是否夠高都令人存疑的老師，所開設的“創意思考”的課程，便能學到。至於隨機思考呢？一方面我們已一再強調，宇宙的運轉本來就是充滿著隨機性，因此我們在分析判斷事情時，自然要以隨機性為基礎。例如，不要就很肯定地認為明天一定下雨、雙子座一定如何、考上高雄女中一定較讀別的中學好、人之初一定是性本善，或某種藥必能治好某種病等。也就是我們要提倡隨機思考。此為眾多思考能力中，很重要的一要素。至於隨機思考的能力如何培養呢？藉由對機率統計的了解，應有極大幫助。

也許有人以為上一節中曾提到的隨機應變，應隨機以恆周等，其中的隨機，與機率統計中的隨機，意義不太一樣。其實機率統計中的隨機，意義是很一般的，只要事先不能預知結果的，皆可稱為隨機現象。機率裡常要求各種隨機現象發生機率的大小，而統計裡則常要依據發生的結果，以對事實究竟為何做推估。這類工作不就是隨機而應變嗎？

你聽後可能大為放心，因過去早已學過不少的機率統計了。機率統計的確愈來愈重要，以下述報導為例：李登輝總統於參觀元智大學時指出，美國之所以強盛，與雷根總統時代推動生物科技、電腦資訊化、數理統計等，有相當關係(88年3月28日聯合報第2版，記者唐秀麗)。我們並不知李

登輝總統所言之依據，但顯然他應認同統計的重要性(只是他似未以行動支持)。

早期高中數學裡只有機率(並且其中主要的題材還是排列組合)，西元1983年教育部公佈的課程標準中，加進了統計。目前甚至連國中、國小的數學裡也都擺進統計。高中數學裡有各種複雜的排列組合的問題，翻閱報紙也經常有民調、抽樣等統計用語，經過這樣的薰陶，大部分的人清楚隨機性的內涵應不是問題了吧！譬如說，也許我們的醫學知識不多，但總大約知道生病是怎麼回事，治病又是怎麼回事。但令人遺憾的是，雖社會大眾體會到機率統計的重要性，但卻很少時候能正確了解所涉及的概念或數字的意義。這其中一根本的原因，便是長期以來，大家多半認為統計僅是數學的一部分，由中小學的機率統計都是放在數學課程中便可見一斑。而在傳統裡，數學中所討論的大抵為必然性的問題。我們從數學的推理、計算與證明中，主要學到了邏輯、抽象思考與嚴密性等。這些對我們的思維方式固然幫助極大，但卻無助於隨機思考的能力。

機率統計中最根本的隨機性，是不易經由數學的眼光學到的。要知物理中用到不少數學，經濟學、管理學中也用到不少數學，工程學中更不要說。但你不能僅以數學的眼光來看物理、經濟、管理或工程。同樣地，機率統計雖也用到不少數學理論，但它們並不同於數學，把機率統計視為數學是極不恰當的。

純由數學的角度，也許可學到一些“技術”，特別是與數學有關的，但對思考的助益實在不大。除非後來你從事那行工作，否則中學時各學科(包含數學、物理、化學、生物等)中所學到的技術層面，日久是會忘記大部分的。而就長久而言，思考能力才是一個人最需要的。未能體會到隨機性的本質，一個統計方法，不過是用到一些簡易的數學，而一份統計報告，不過是一些數字而已。機率統計是用到許多數學，但其涵蓋的範圍，絕非數學的子集合。統計不是數學，就如同物理不是數學。我們從機率統計裡，最重要的是學到隨機的思維方式，而不僅是一些方法、計算或證明而已。

參考文獻

1. 二月河(1994). 雍正皇帝—雕弓天狼<下>。巴比倫出版社, 台北。
2. 二月河(1997). 乾隆皇帝—天步艱難<上>。巴比倫出版社, 台北。
3. 金庸(1996a). 倚天屠龍記, 第三版。遠流出版社, 台北。
4. 金庸(1996b). 飛狐外傳, 第三版。遠流出版社, 台北。
5. 黃文璋(1999). 數學欣賞。華泰文化事業股份有限公司, 台北。
6. 張定綺譯(1998). 與天為敵—人類戰勝風險的傳奇故事。商業周刊出版股份有限公司, 台北。