

趣味數學

南方壺

上個月中旬看到報載“孔子世家譜”第五次的續修工作，已於去年底結束登記，現正進入全面編纂。經過此次大修，家譜所收錄的孔氏家族之總人數，預計將超過 200 萬人，是上一次修訂後的 3 倍多。這份新版孔子世家譜，將涵蓋孔子後世 83 代，刷新原先世界上最長 82 代家譜的金氏世界紀錄。

自明代以來，孔子世家譜已大修 4 次，分別在明代天啟年間、清代康熙年間、乾隆年間，及 1930 年（耗時 7 年）。此次修訂，是首次將女性、少數民族，及外籍後裔納入。其中在韓國的孔子後裔，便有 3 萬多人。這次修訂過程中，還找到居住在台灣桃園及屏東的 9 百多位孔子後裔，以及失散在山西昔陽和河南洛寧，超過千年的兩支族人。新修訂的世家譜，預計在今年底定稿，於明年（2009 年）孔子誕辰時，正式出版。自初中時讀歷史，就一直記得孔子生於西元前 551 年，卒於西元前 479 年，享年 72 歲。所以明年將為孔子誕辰 2560 年。

一個人生後 2560 年，經 83 代，共繁衍出兩百多萬人，算不算多呢？如果你以一代有兩個人來估算，則 83 代共會繁衍的後代共有 2 的 83 次方，即約 9.671 乘上 10 的 24 次方，這將會極端的高估！中國歷來生出來的人，也不會有這麼

心在南方

多。中國大陸現有人口 13 億，1 億是 1 後面 8 個 0。13 億不過就是 1.3 乘上 10 的 9 次方“而已”。由於天災人禍，人口的繁殖向來沒那麼順遂。而且在中國歷史上，達官貴侯（這些是高繁殖的族群），因鬥爭失敗，或得罪皇帝，而滿門抄斬的不少。還有以往家譜都是不記載女性的，這使家譜中的人數僅約為所有後代之半。

我們家從家父開始，生出 3 個男孩，沒有女兒。我們 3 兄弟皆結婚，共生出 5 個小孩。陰盛陽衰，有 4 女 1 男。女孩不計，我父親的下兩代，人數是 3-1。家父那唯一的男孫，如果將來沒有生男孩，則家父的家譜，傳至 3 代，就結束了。至於如果從我開始算，由於我只有 1 個女兒，沒有兒子，因此自我開始，嗚呼哀哉，是沒有家譜的。這是比照過去兩千多年，孔子世家譜不收錄女性，女子不列入後代。再看我岳家。岳父當年隻身由大陸來台，娶了位寶島姑娘，陸續生了 3 男 1 女。唯一的女兒，自然是內人。他 3 個兒子，共生出 5 男 1 女。所以自我岳父起算的下兩代（仍不計女孩），人數是 3-5，較家父的後代興旺。

這新版的孔子世家譜，男女平等，將女後裔納入。但僅由簡短的報導中，我們不清楚是僅將目前在世的所有女後裔皆納入，還是將兩千多年來的女後裔皆納入，或採其他方式。要將歷來孔子的女後裔皆納入，不只是很困難，應做不到。因在中國歷史上，女子的名字往往未清楚記載，常就是孔氏，黃氏的稱呼。例如，在史記孔子世家索隱中，說孔子有 9 位姊姊（為孔子父親元配“施氏”所生），但名字皆未

記載，及一位哥哥叫做伯尼（早孔子而死），這是他父親的妾（連姓都沒記載）所生。孔子母親，史記裡只說是顏氏，索隱裡則給出顏氏徵在。

孔子年譜中記載“孔子 19 歲時娶宋人亓官氏之女為妻”。也是沒說其名為何？所以我們不知至聖師母的大名。孔子 20 歲時生子鯉，字伯魚。至於孔子有沒有女兒？年譜裡並沒記載。但因在論語公冶長篇中說，子謂“公冶長可妻也，雖在縲紲之中，非其罪也。以其子妻之。”以其子妻之，就是把女兒嫁給公冶長。這種老師真不錯。我也得想想要把我女兒嫁給那位優秀學生？所以，孔子應是至少有一個女兒的，但名字還是不知道。

孔子的父親至少娶了一妻二妾，至於孔子有沒有其他妾？就不清楚了。史記孔子世家記載孔子生伯魚，伯魚生子思，子思生子上，子上生子家，子家生子京，子京生子高，子高生子慎，子慎生鮒，鮒弟子襄，子襄生忠，忠生武，武生延年及安國，安國生卬，卬生驩。列了 13 後代，才共 15 人，並未有太多後裔的樣子。不過如同聖經。在創世記裡，從亞當起記載誰生誰，亞當共活了 930 歲，他的後裔常也是活好幾百年，但記載的每一後代，人數都不多。結果到創世紀第 6 節，就說“當人在世上多起來…”。由於人的行為敗壞，上帝降雨在地上四十晝夜，將其所造各種活物都從地上除滅，只留挪亞一家。所以猜想史記中對孔子的各後代，是如聖經擇重要的記載。孔子世家譜中，對前幾代的記載應很詳盡。

心在南方

我們沒看過孔子世家譜，一切都只是猜想。孔子家譜中之“非大陸”人士的後裔究竟多少，由新聞中並無法得知。但所佔比例不會太高（仍是猜想），因與中國接鄰的韓國有3萬多，且台灣才9百多。至於總人數超過兩百萬，是到幾萬，目前我們無法得知。又雖傳了83代，但現今在世的孔子後裔中，輩分最高者，“猜想”可能遠達70代。因平常所見，同一家族現存的親戚中，差5代並不罕見，何況傳了兩千五百多年。

在這麼模糊的資訊下，由已知孔子世家譜中，登錄的後裔有兩百多萬人，想估算現今大陸13億人口中，孔子後裔有多少人，容不容易呢？其實由於資料正在整理中，要知道這個數目，也許並不太難。但我們不想去打聽。因即使孔子世家譜中的資料，也必定誤差很大。會有些真孔子後裔未被收錄，而也會有不少是假後裔被收進。

數學中有底下一著名的問題。某人養一對剛出生的兔子。假設兔子自兩個月大起，每對每個月可生一對兔子，若兔子皆未死亡，問12個月後共有多少對兔子？答案是兔子按月依下述數列增加：1（第0月），1，2，3，5，8，13，21，34，55，89，144，233，...。所以12個月後共有233對兔子，其中新生的那一代有89對（為第10代的89對所生）。上述數列，就是著名的費氏數列（Fibonacci sequence）。此數列有很多有趣的性質，與幾何學中著名的黃金分割，關係也極密切。

人口繁殖當然無法像兔子繁殖那麼簡單。而且人就是無

法不死，每個人壽命也不一樣。這兩百多萬的孔子後裔中，很多當然早已過世。那如何估算目前世上有多少孔子後裔呢？

將問題簡化。先假設孔子世家譜中登錄的後裔，就正好是 200 萬人，全為男性，且全為大陸居民。又設每一代出生的人數都相同，且以 r 表之。孔子算第 0 代，有 1 個人。則第 1 代有 r 個人，第 2 代有 r 的 2 次方個人，第 3 代有 r 的 3 次方個人，餘此類堆。即現今輩分最低的第 83 代，有 r 的 83 次方個人。這個等比級數的和有公式求，大家國中時便學過，等於 r 的 84 次方減去 r ，再除以 $(r-1)$ 。此數若等於 200 萬，藉助計算機解此方程式，立即得 r 之值約為 1.16316，這是每代繁殖出之男性數。怎會繁殖出有小數的後代？此不難解釋，可想成平均每代繁殖的後代人數。反正是沒有辦法中的辦法。我們只是想在未看到新版的孔子世家譜前，對現存孔子後裔的總人數，有個概念。

如果接受 $r=1.16316$ ，則孔子第 83 代之男後裔，人數為 1.16316 的 83 次方，即約有 280,592 人。人的壽命差不多是 7、80 年（根據 2007 年 8 月，美國中央情報局統計資料，全世界國民平均壽命最長的國家是西歐小國安道爾，平均壽命為 83.52 歲，台灣以 77.56 歲排第 51，中國大陸則排第 103）。就簡單地假設現存的孔子後裔有 3 代人。則第 82 代男後裔有 1.16316 約 82 次方，即約 241,232 人。而第 81 代男後裔有 1.16316 的 81 次方，即約 207,394 人，這三代男性人口總和為 729,218 人。如果孔子後裔中，男女各半（實際上生男

心在南方

的比例會高些)，則全大陸目前孔子的後裔為此數的兩倍，即有 1,458,436 人，佔大陸現有 13 億人口的千分之 1.1219。換句話說，大陸目前總人口，約為孔子現存後裔的 891 倍。這數字顯示孔子本身雖只有獨子，但其後裔真是家大業大。

孔子生長的春秋時代，中國究竟有多少人？這我們可不清楚。但來看史記所記載的一段歷史。春秋之後的戰國時代，趙國將領趙括，其父趙奢雖為戰國七雄中，秦國之外六國的八名將之一，趙括的生平事蹟卻成為成語“紙上談兵”。趙括家學淵源，自幼熟讀兵書、能言善辯，卻無實戰經驗。趙王中了秦國的反間計，以趙括取代廉頗為將。這位“勇敢”的趙國人，上任後便改守為攻，在長平主動引兵出擊，結果被秦軍包圍。在突圍時趙括被秦軍射殺不說，投降的 40 餘萬趙兵，也全為秦將白起坑殺。一將功成固然萬骨枯，但一將功不成，枯骨只有更多。光是長平之戰，趙國被坑就有 40 萬人。這樣看來，戰國時代，全中國人口應達千萬。那比戰國時代早些的春秋時代，人口很可能也有千萬。因在春秋戰國時期，中國戰事頻繁，你看一坑殺就是 40 萬，因此在那個時期，中國人口說不定還是遞減呢！在 1 千萬全中國人口中，男子應少於半數 500 萬。因可憐的男人，勞苦擔重擔，常得上戰場，而古來征戰幾人回？所以人口中應女多於男。不過就假設男子有 500 萬人吧！佔當時全中國男子總數 500 萬分之 1 的孔子，兩千五百多年後，其後裔總人數佔全國的 891 分之 1。較平均提昇了 5,612 (500 萬除以 891) 倍。以子孫之繁殖能力論英雄，孔子說不定是他同時期男子的第一名。

你一定沒想到我要告訴你的是這件事。你學了這麼多年數學，可能沒想到數學有這個用途。在中國，數學自孔子時代就被重視。史記孔子世家中記載，孔子弟子“蓋三千焉，身通六藝者七十有二人”。六藝是古代教育學生的六種科目，指禮、樂、射、御、書、數。在國中幾何學裡，都會提到畢氏定理。畢達哥拉斯 (Pythagoras)，是古希臘時代著名的哲學家、數學家及音樂理論家。他的時期約為西元前 580 至 500 年，與孔子的時代相當。畢達哥拉斯的弟子不知多少人。孔子門生，不只要學詩書禮樂，還要學數學。弟子中，可是至少有 72 人數學不錯呢！

司馬遷作史記，對人物分本記，世家及列傳。世家只限世襲王侯，孔子在世時，可沒有封王。司馬遷卻眼光獨到，將孔子列進世家。如今孔氏子孫，揚眉吐氣，成為世界真正第一世家。

附註：以上是以 200 萬皆為男後裔計。超過 200 萬，可能是 250 萬，也可能接近 300 萬。如果最新版的孔子世家譜中，共有 250 萬人，則現存之孔子後裔，依前述計算，將有 185 萬人；若以 300 萬人計，則現存之孔子後裔，將有 224 萬人。佔全國人口比例分別為 703 分之 1，及 580 分之 1。

另外，假設這最新版的孔子世家譜中，是將現存的三代孔子男女後裔皆列入，則分別對 200 萬、250 萬，及 300 萬後裔等三種情況，可求出（仍是藉助計算機）現存三代後裔，男女總人數分別為 105 萬、133 萬，及 161 萬。則所佔全國

心在南方

人口的比例會下降，分別約 1238 分之 1，977 分之 1，及 807 分之 1，仍然非常可觀。(97.03.17)