

為什麼要學數學

黃文章

國立高雄大學應用數學系

台灣的學生，通常至少須唸九年的數學，不少則是唸十二年以上。老師及家長普遍地認為數學很重要，學生則因被薰陶太久了，心中對數學的重要性倒是不常懷疑的。但普遍地不少學生並不太喜歡數學，大部分的學生則不知學那些多的數學要做什麼？另一方面那些滿懷理想，深深相信數學為科學之母的新進數學教師，也在吹了幾年春風之後，被學生的意興闌珊，磨掉彈琴的雅興。

曾有一位老師在上完一年的平面幾何後，問學生這一年學到什麼？學生皆無法回答，最後有一位學生說“學到很多證明”。另外，數學家哈模斯(Halmos)在他的母校伊利諾大學一百週年紀念會的演講中，提到一般人對數學家的工作內容都不太清楚。他說許多數學家的工作幾乎與數字絕緣。數學家不一定算得好加減乘除，就像畫家不一定畫得好一直線，外科醫生不一定殺得好一隻雞一樣。

與其他的基礎學科相比，物理、化學、生物等似乎都較易令人了解其內涵。實驗室裡的儀器、藥品、動植物等，讓人覺得這裡面的確有些什麼在進行。奈米、高溫超導，不少新科技，產生不久後，便常是一般學生耳熟能詳的名詞。但對數學，似乎就不容易拿出可讓人“看”的東西，連口頭或文字說明往往也很困難。

所以一方面大家都不太想挑戰“數學很有用”這個命題，一方面卻將數學當菩薩般地供著，只是為了寧可信其有，心中卻並不太服氣。

如果只是問有什麼用，大部分的學問都沒用。以前有位叫羅傑的華裔美國人，十二歲就大學畢業，而進著名的史丹福大學數學研究所。之所以能十二歲大學畢業，是將很多東西跳過沒唸。如果你的目的只是大學某一科系畢業，則那有太多該學的呢？例如，對理工學院的非數學、物理系學生，文、史當然沒用，數學、物理都不用學太多，體育又有什麼用？

事實上把任何一門學科唸通都可有不少收穫，如唸國文，並非只是為了識字與寫信，而是讓我們從讀各種不同的文章中，學到鑑賞力與判斷力，讓我們更易融合不同的思想。一個人如果把國文唸通，他的邏輯觀念必很清晰，所以古時候的人只唸文學，但卻能帶兵打仗，出將入相。把那些經史子集唸通，胸中自然也有數萬甲兵了(宋朝范仲淹以龍圖閣直學士，經略陝西。夏人不敢犯其境，說“小范老子，胸中自有數萬甲兵”)。唸數學不要光想著它有什麼用(雖然它常常也是有用的)，這樣唸起來就不太有意思。我們在享受美食時，絕非想其營養成分如何，或是否能頤顏

美容。我們也不會去要求畫家也須能設計建築物。

但話又說回來，大廚師端出來的菜除了色香味，若能兼顧到營養不也很好嗎？畫家若能偶而畫些有實用價值的畫，也不違背他所追求的藝術啊！

一般公認的有史以來三大數學家為阿基米德、牛頓及高斯。但是大家對阿基米德及牛頓的認識恐怕多半來自物理，高斯當過德國天文台台長，也是個天文學家。他們因在物理、天文方面研究的需要，去發展數學，不但在物理、天文上造詣很好，也成為大數學家。數學與任何一門學科一樣，探討的動機都是有趣或有用。有用就不多談了，物理、生物、工程及經濟上不少地方都要藉助數學，大家早已知道。至於有趣，很多時候，數學家探討問題的動機不是出於實用性，而是有趣。如費馬最後定理， $3^2 + 4^2 = 5^2$ ， $5^2 + 12^2 = 13^2$ ，但三次方呢？對於 $x^3 + y^3 = z^3$ ，可否找到整數(都不能是0)的 x, y, z 滿足？四次方、五次方呢？自費馬提出這問題後，三百多年來，數學家前仆後繼去研究它，出發點就只是興趣而已，並不是說解出這問題後真有什麼大用。

對於年輕的孩子們，他們不但將來只有極少數才會走上數學這條路，大部分的人也不見得將來要用到很多數學。若想要讓他們樂意去學數學，數學教師還是有責任要讓他們知道數學有趣的地方，有用的地方。或至少應該把數學教得有趣些，或講成很有用。要知對牛彈琴也許不是教師的錯，但如果彈了許久，牛仍無動於衷，那就是彈琴者之錯了。教師要了解，對於數學，學生心裡可能都是想“我本將心向明月，誰知明月照溝渠”。教師不能一直自彈自唱，而不顧學生反應。

最後我們來稍微回答本文一開始所提到的學平面幾何的目的。多少年來，國中數學教材不論如何修訂，平面幾何一直是佔比例不小的份量。

在麥克、哈特原著，趙梅等譯的“影響世界歷史100位名人”的一書中(星晨出版)，將幾何原本的作者—歐幾里得排第十四，緊接在其後的是摩西及達爾文。兩千三百多年前，歐幾里得將已有數學上的結果(主要是幾何，也包括代數及數論)作全面性的整理，有系統的闡述，並仔細安排，使前後定理邏輯上一致。書中提到，在訓練人的邏輯推理思維方向，幾何原本比亞里士多德(排第十三)的任何一本有關邏輯的著作影響都大得多。歐幾里得並非大數學家，充其量只是位好的教師，好的作者，但他對數學的影響是極深遠的。

幾何原本是現代科學產生之一主要因素。科學上偉大的成就需要細心的分析和演繹推理。而不只是把觀察的現象和概括出來的成果收集在一起而已。科學為什麼產生在歐洲，而不在中國或日本？該書作者認為有好幾個世紀，中國在技術方面一直領先歐洲，但從未出現一個可以與歐幾里得對應的數學家。中國人對實際的

幾何知識理解得不錯，但從未提高至演繹體系的程度。直到十六世紀，歐幾里得才被介紹到中國來，十八世紀才被介紹到日本。該書作者存疑如果沒有歐幾里得奠基性的工作，科學會在歐洲產生嗎？

也許國中數學教師日後在教平面幾何時，可以更有信心了。